

## Arbres et probabilité : le rat et le fromage

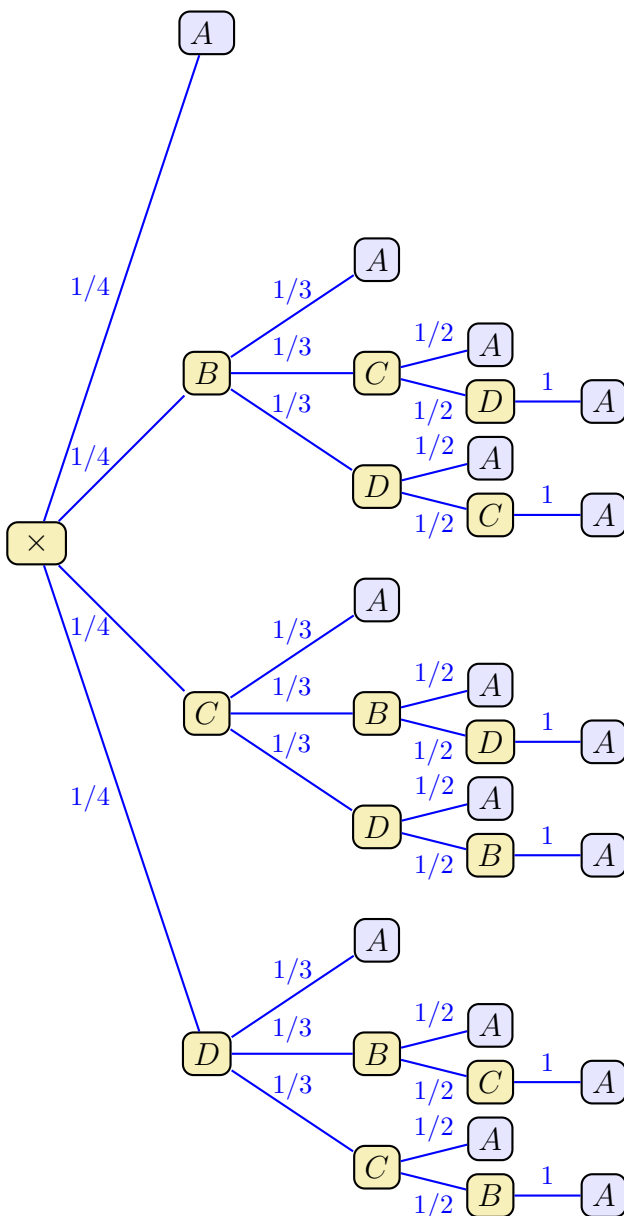
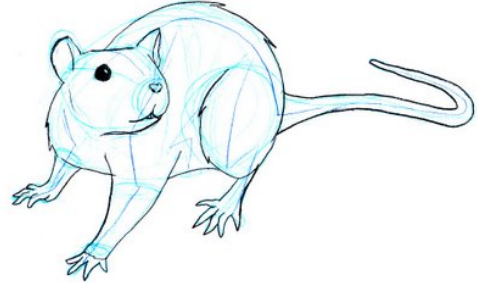
Au cours d'une expérience sur le comportement des animaux, des rats doivent choisir entre quatre portes d'apparences identiques, dont l'une est dite *bonne* (elle donne dans une cage contenant un fromage) et les trois autres *mauvaises* (elles donnent sur des cages vides).

A chaque fois que le rat choisit une mauvaise porte, il est reconduit à son point de départ et ce jusqu'à ce qu'il trouve la bonne porte.

Supposons que le rat ait une mémoire parfaite. A chaque nouvelle expérience, il évite les portes choisies auparavant et il choisit de façons équiprobables entre les portes qu'il n'a pas encore essayées.

Déterminer la probabilité de l'événement

$S_k$  = "Le rat sort à la k-ième fois" , ( $k = 1, 2, 3, 4$ )



L'arbre correspondant à tous les parcours possibles du rat est représenté ci-contre (on suppose que c'est la porte A qui cache le fromage).

- Un seul chemin conduit au fromage en un seul essai

$$p(S_1) = \frac{1}{4}$$

- Trois chemins conduisent au fromage en deux essais

$$p(S_2) = 3 \times \left( \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{4}$$

- Six chemins conduisent au fromage en trois essais et aussi en quatre essais

$$p(S_3) = 6 \times \left( \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{4}$$

$$p(S_4) = 6 \times \left( \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \right) = \frac{1}{4}$$

Les probabilités de tomber sur le fromage en  $k$  essais ( $k = 1, 2, 3, 4$ ) sont donc toutes égales à  $\frac{1}{4}$ .

Source: Collection Transmath, Mathématiques, Terminale D

R.Barra, J.Malaval, A.Tricoire, Nathan 1987