

**PROBLEMATHS**

27 janvier 2017

Voici les derniers problèmes que nous soumettons à votre sagacité pour cette année académique 2016-2017.

**Problemath 10**

Soit  $D$  un disque fermé de rayon 2 dans le plan euclidien  $\mathbb{R}^2$ . Quel est le nombre minimum de disques fermés de rayon 1 pouvant couvrir entièrement le disque  $D$ ?

**Problemath 11**

Alice et Bob ont inventé un nouveau jeu. 100 pièces de monnaie (en euros et en cents) sont alignées aléatoirement. Alice choisit un des deux bouts de la rangée et prend la pièce qui s'y trouve, puis Bob prend la pièce située à un des deux bouts restants. Les deux joueurs continuent de la sorte, en alternance, jusqu'à ce que Bob ait pris la dernière pièce. Si la somme d'argent récoltée par un des joueurs est supérieure à celle de son adversaire, il a gagné la partie. Bien entendu, il se peut que personne ne gagne, par exemple si les 100 pièces ont toutes la même valeur. L'un des deux joueurs possède-t-il une stratégie lui permettant de ne jamais perdre, quoi que fasse son adversaire et quelle que soit la rangée initiale de 100 pièces?

**Problemath 12**

Pour quel nombres réels  $x > 0$  le nombre  $\sqrt[3]{3 + \sqrt{x}} + \sqrt[3]{3 - \sqrt{x}}$  est-il un entier positif?

**Problemath 13**

Une file de 400 personnes s'est formée devant la caisse d'un cinéma. Le directeur leur annonce qu'il offrira un billet gratuit à la première personne ayant la même date d'anniversaire (jour et mois) que quelqu'un situé avant elle dans la file et déjà passé à la caisse pour acheter son billet. Quelle position vaut-il mieux occuper dans la file pour maximiser la probabilité de recevoir un billet gratuit? Pour s'implifier le raisonnement, on supposera qu'il n'y a que 365 dates possibles dans une année (on oublie les années bissextiles) et qu'elles sont toutes équiprobables comme dates d'anniversaire.

Les solutions doivent nous parvenir au plus tard le vendredi 3 mars à 14h (date limite à respecter impérativement).

ERRATUM: Dans les voeux de Nouvel An, il fallait lire 2202201 (2017 en base 3) et non 220221.

**LES PENSÉES DU JOUR**

*"A large part of mathematics which becomes useful developed with absolutely no desire to be useful, and in a situation where nobody could possibly know in what area it would become useful".* (John VON NEUMANN, mathématicien américain d'origine hongroise, 1903-1957)

*"I can calculate the motion of heavenly bodies, but not the madness of people".* (Isaac NEWTON, mathématicien et physicien anglais, 1642 - 1727)