

Traduction de Monique FRÉDÉRICKX

ULB

centre de documentation pédagogique

# Le professeur de mathématiques

Extrait de *Mathematics as an Educational Task*  
Hans Freudenthal



Les Cahiers du CeDoP

Le contenu de ce document n'engage que la seule responsabilité de son auteur.  
Copyright © 1973 by D. Reidel Publishing Company, Dordrecht-Holland

Translated by permission of Kluwer Academic Publishers  
Freudenthal H., *Mathematics as an Educational Task*,  
D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1973, 680 p.

Collection: Les Cahiers du CeDoP  
Mise en page: Frédérique van Gyzegem

Le texte qui suit est la traduction du chapitre 10 de l'ouvrage  
*Mathematics as an Educational Task* de Hans Freudenthal,  
Reidel, Dordrecht, 1973, pp. 162 - 169.

***On demande un professeur de natation sachant nager.***

Petite annonce d'un journal français de province.

***Ce qu'ils ont appris hier,  
ils veulent l'enseigner aujourd'hui;  
Aussi courte leur digestion soit-elle !***

Schiller

Celui qui a placé l'annonce ci-dessus dans le journal était persuadé qu'un professeur de natation était capable d'enseigner la natation. Pour des raisons inconnues, il demandait même que le candidat éventuel puisse faire lui-même ce qu'il est sensé enseigner aux autres. On aurait pu exiger de plus du professeur de maîtriser la pratique du sauvetage, d'être secouriste, d'avoir quelques connaissances en anatomie ou en physiologie des muscles des bras et des jambes ainsi que d'avoir étudié l'histoire de la natation. Je ne sais pas ce qu'on enseigne aujourd'hui aux professeurs de natation.

Des mémoires d'un américain célèbre - je ne me rappelle plus s'il devint professeur ou milliardaire ou les deux -, je me souviens d'une anecdote. Encore jeune homme, sans argent, il répondit à une annonce qui demandait un professeur de la langue tchèque. A ce moment, il ne connaissait pas le moindre mot de tchèque, mais cela n'avait aucune importance. Il prit lui-même des leçons pour la moitié de ses honoraires de professeur et prit garde d'être toujours, en tant qu'élève, en avance d'une leçon sur les leçons qu'il donnait en tant que professeur. Ceci laisserait supposer qu'il suffirait qu'un professeur maîtrise une leçon de plus que le sujet qu'il enseigne. Schiller le savait et l'appréciait, comme le montre la citation ci-dessus.

Tout le monde est d'accord sur ce point. La personne qui enseigne doit connaître plus que ce qu'elle enseigne et elle ne doit pas le connaître juste au moment où elle l'enseigne mais plus tôt. Mais combien doivent valoir ce plus et ce plus tôt ? Il n'y a aucun accord sur ce point ni parmi les experts, ni parmi les profanes, ni dans ni entre les pays.

Ce problème surgit non seulement dans l'apprentissage du métier de professeur mais partout dans l'enseignement. Un enfant papou apprend exactement de ses parents ce qui lui est nécessaire dans la vie, dans sa propre vie qui ne diffère pas trop de celle de ses parents. La grande différence entre les pays développés et ceux en voie de développement réside dans le fait que nos enfants et adolescents doivent étu-

dier beaucoup plus que ce dont ils ont besoin personnellement. Ce supplément peut toujours se justifier par la prétendue valeur formelle de la matière étudiée et en mathématiques, il se justifie par une discipline de l'esprit, mais n'insistons pas sur ce point pour le moment.

Que devrait savoir le professeur à propos de la discipline qu'il enseigne ? L'indispensable minimum est, en tous cas, ce qu'il doit enseigner lui-même. Si ceci était la condition essentielle, un élève intelligent qui a réussi l'école supérieure avec de hauts grades en français et en mathématiques pourrait enseigner ces deux branches comme l'enseignerait l'une de ces personnes aux courtes entrailles citées par Schiller. Je crois qu'il le pourrait quant à la matière mais pour enseigner, il devrait également savoir comment le faire et quelle que soit la matière, ceci n'est pas enseigné à l'université.

Il est plus évident en français qu'en mathématiques qu'un tel enseignement n'est même pas suffisant en ce qui concerne la matière. De même qu'on demande à un professeur de natation qu'il sache nager, on s'attend à ce qu'un professeur de français soit capable de parler, lire et écrire le français. Mais de telles compétences ne sont pas exigées pour un cours de français à l'école et ne sont pas reflétées par une cote élevée en français. Pour pouvoir enseigner une langue moderne, le strict nécessaire va bien au-delà de la matière enseignée. Heureusement, nous n'avons pas pour le moment à rechercher ce qui devrait être ajouté à ce minimum requis, combien de sanscrit, de latin, de grammaire historique et de littérature.

Pour les mathématiques, ce n'est pas si simple. Un étudiant qui a obtenu un bon A aux examens de l'école terminale peut avoir acquis un vocabulaire trop modeste que pour être capable de traduire, sans l'aide d'un dictionnaire, un texte non étudié en classe. Mais avec un grade équivalent en mathématiques, un esprit clair est capable de dire si un raisonnement de mathématiques élémentaires est valide ou non et peut proposer des problèmes à résoudre et à coter. Néanmoins, depuis qu'il existe des examens d'agrégation de l'enseignement des mathématiques, les candidats sont appelés à connaître plus de mathématiques qu'ils n'auront à enseigner par la suite. Le "plus" signifie non seulement une différence de niveau, mais aussi une distinction qualitative entre les mathématiques scolaires et les mathématiques supérieures. Nous avons déjà mentionné cette idée de deux mathé-

## MATHÉMATIQUE

### CHAPITRE 10 LE PROFESSEUR DE MATHÉMATIQUES

Traduction: M. Frédéricks

***Mathematics as an  
Educational Task,***  
Freudenthal H.

## MATHÉMATIQUE

### CHAPITRE 10 LE PROFESSEUR DE MATHÉMATIQUES

Traduction: M. Frédérickx

***Mathematics as an  
Educational Task,***  
Freudenthal H.

matiques, l'une étant la version conte de fée de l'autre. F. Klein inventa le mot de "double-oubli", à savoir, un premier oubli des mathématiques pour aller à l'université et ensuite, l'oubli des hautes mathématiques avant de retourner à l'école comme professeur. Depuis Klein, jusqu'il y a encore quelques années, cette différence s'agrandissait continuellement. Longtemps, les mathématiques du secondaire ont difficilement changé tandis qu'à l'université, certains professeurs avaient l'ambition de conduire leurs étudiants vers les frontières toujours en évolution de la recherche avant qu'ils ne retournent à l'école comme professeurs.

Quelle est l'utilité de cette période d'étude à l'université qui est placée entre la première et la seconde période d'oubli? Il y a bien sûr des arguments retentissants disant que l'enseignement secondaire ne doit pas être livré à la merci de "gens aux courtes entrailles". Pour de bonnes raisons, nous estimons qu'il doit y avoir un certain intervalle de temps entre étudier les mathématiques dans une classe et les enseigner, et, si cette durée doit être comblée d'une manière ou d'une autre, ce n'est pas une demande si étrange qu'elle soit comblée par une étude sérieuse des mathématiques. Même sur la base de ces présuppositions, il n'y a pas moyen de savoir de quelle durée cette période devrait être - 4 ou 8 ans. Quand l'échelle sociale était plus limitée qu'elle ne l'est de nos jours, des conditions plus rigoureuses étaient peut-être de rigueur pour l'ascension sociale. L'importance des examens était, jusqu'à un certain point, déterminée par l'offre et la demande.

Parfois, dans les textes dits ou écrits, la partie importante se trouve entre parenthèses. Il se peut que le même phénomène s'applique aux études universitaires qui sont une parenthèse dans la vie du professeur. Une influence devrait s'exercer pendant cette parenthèse. Ce que le futur professeur étudie à l'université a-t-il de l'importance? Bien sûr. Mais que devrait-il y avoir entre les parenthèses? Ou que peut-on en faire plus tard? Durant ces dernières années, des efforts furent fournis pour combler la brèche du "double-oubli" entre les mathématiques de l'école secondaire et celles de l'université. En faisant des pas de géant, l'école secondaire devrait rattraper le retard d'un siècle. Si ceci réussit en mathématiques et ses applications, alors le pas entre le dernier examen scolaire et le cours d'université ne serait pas plus grand qu'entre une classe du secondaire et la suivante. Bien sûr, un bon nombre de conditions

doivent être remplies pour être certain de la réussite.

Il y a un point remarquable de cette réforme qui nous donne un critère important auquel un futur professeur doit satisfaire: le professeur devrait aussi être capable d'enseigner un programme qui différerait fortement de celui qui était d'application lorsqu'il fréquentait l'école en tant qu'élève. L'expérience que nous avons eue aux Pays-Bas en ce qui concerne des cours de base pour la formation des futurs enseignants montre que dans le passé, l'enseignement mathématique des professeurs des écoles secondaires satisfaisait grosso modo à ce critère. Ceci, en tous cas, est à peine vrai en ce qui concerne la formation initiale des professeurs du secondaire inférieur ou supérieur, mais ne l'est certainement pas pour les professeurs de l'enseignement primaire.

Bien sûr, le critère que n'importe quelle formation doit contenir en elle-même la possibilité d'évoluer rapidement ne s'applique pas dans notre société uniquement pour les cours d'agrégation des mathématiques. Selon des estimations américaines que j'ai trouvées dans un journal, un universitaire diplômé qui quitte l'université devra exercer en moyenne 5 professions dont 3 qui n'existent pas encore aujourd'hui. (Je ne peux vérifier si ceci est vrai ou si je me suis souvenu des données de manière correcte.)

Pourquoi le colmatage de la brèche entre les mathématiques du secondaire et celles de l'université a-t-il été si longtemps retardé? Pourquoi quelque chose est-il tenté maintenant alors que le désir de changement existe depuis un demi-siècle et même plus? Avec l'importance sociale grandissante des mathématiques, le besoin de combler la brèche est devenu bien plus fort. Mais les mathématiques elles-mêmes évoluent aussi. Les mathématiques se développent dans toutes les directions, non seulement loin des mathématiques scolaires, mais aussi vers les mathématiques scolaires. A de nombreuses reprises, j'ai remarqué qu'une restructuration des mathématiques se traduit souvent par le fait que, de préférence, les idées de base sont remises en question, et souvent ces idées reposent précisément dans ce plan qui, aujourd'hui, d'un plan de rupture entre école et université, se transforme en un plan de contact. La brèche commence à se combler grâce aux développements des mathématiques des deux côtés, l'un vers l'autre.

## MATHÉMATIQUE

Ce qui a exactement changé depuis les essais avortés de F. Klein pour guérir la fracture devient clair si on analyse son *Elementarmathematik, vom höheren Standpunkt*. Il y a un bon nombre de phénomènes de mathématiques élémentaires qui ne peuvent être compris de manière approfondie que dans le cadre de théories qui, elles, ne sont pas du tout élémentaires. L'idée de Klein était de fournir au professeur une base scientifique à son activité quotidienne en classe. Sans aucun doute, cela a impliqué pour quelques-uns un adoucissement de la brèche. Mais la toile de fond de Klein était plutôt un paysage dominical dans lequel le professeur pouvait flâner, plutôt que le support à introduire en classe. Par conséquent, cette base n'a pas influencé les mathématiques scolaires. Par exemple, F. Klein prenait la théorie de Galois comme base pour l'étude de la résolution des équations quadratiques et cubiques à l'école, mais la théorie de Galois est d'un niveau trop élevé pour les mathématiques scolaires. Le *Erlanger Programm* aurait pu procurer des effets didactiques, pour autant que la tendance des mathématiques scolaires ait complètement changé, ce qui n'était l'intention de personne. Le *Erlanger Programm* est resté une science en retrait.

Quiconque voudrait reprendre aujourd'hui la tentative de Klein d'enseigner "les mathématiques élémentaires en partant d'un point de vue supérieur" devrait le faire à un niveau beaucoup plus bas, plus proche des mathématiques scolaires. Via l'algèbre abstraite, des concepts aussi arides que groupes et champs ont fleuri de telle manière qu'ils ont imprégné les mathématiques scolaires, desquelles ils sont si proches qu'ils peuvent même être inclus dans les cours; par le retour à l'abstraction, les exemples par lesquels les concepts sont introduits et sont illustrés, sont devenus tellement simples que des applications aussi profondes que la théorie de Galois ne sont pas nécessaires pour créer la base scientifique de plus haut niveau. De manière caractéristique, des idées telles que l'axiomatique ou des domaines tels que la théorie des ensembles, ne sont jamais mentionnés par Klein. Que le plus fondamental soit très proche du plus élémentaire est une idée profonde qui a nécessité un demi-siècle pour mûrir.

Tandis que notre compréhension de la structure des mathématiques s'est améliorée à notre époque au point qu'elle peut influencer les mathématiques du secondaire, nous pouvons aborder l'autre question, à savoir comment les mathématiques sont appliquées, uniquement

par des moyens empiriques, bruts. Il n'y a pas de réponse à ceci parce que personne n'a encore considéré ce problème sérieusement. C'est pourquoi nous ne pouvons répondre à la question de savoir comment enseigner les mathématiques qui doivent être appliquées qu'avec beaucoup d'hésitation et de réserve.

Sur la base des considérations précédentes, j'ai tenté il y a quelque temps de formuler les desiderata minimums pour la formation mathématique des professeurs de mathématiques, telle que je la vois:

- (1) elle doit permettre au professeur d'utiliser de manière fiable les méthodes fondamentales des mathématiques d'aujourd'hui,
- (2) elle doit fournir la connaissance fondamentale nécessaire pour comprendre la structure des mathématiques d'aujourd'hui,
- (3) elle doit développer certaines notions sur la manière dont les mathématiques sont appliquées,
- (4) et elle doit donner un aperçu de la manière dont les mathématiciens font de la recherche.

Certaines explications sont peut-être nécessaires. Dans les points 1 et 2, je me suis limité aux principes fondamentaux. Ceci signifie que j'inclus les principes qui ne sont pas de base pour autant qu'ils conduisent aux principes fondamentaux ou qu'ils aident à les comprendre. Au point (1), j'ai mis l'accent sur la maîtrise de l'activité tandis qu'au point (2), j'ai omis de le faire. J'ai expliqué plusieurs fois pourquoi le point (3) est indispensable. J'ai formulé ce point dans le but d'éviter de former un futur professeur comme un mathématicien appliqué. Le point (3) inclut, bien évidemment, l'informatique. Je doute que le point (3) puisse se réaliser en donnant l'étude d'un sujet mineur au futur professeur. De toute façon, on donnerait la charge de la formation dans une branche secondaire à ceux qui ont maîtrisé les mathématiques de cette branche secondaire et qui n'essayeraient pas de l'éliminer. J'ai rajouté le point (4) pour donner aux professeurs, non seulement une vue globale des matières, mais pour qu'ils aient aussi à y participer. Ceci pourrait se réaliser à l'aide de séminaires.

Le programme minimum requis est proposé pour les professeurs de mathématiques de tous les degrés de l'enseignement secondaire, avec bien sûr des exigences plus fortes pour les

## MATHÉMATIQUE

### CHAPITRE 10 LE PROFESSEUR DE MATHÉMATIQUES

Traduction: M. Frédérick

**Mathematics as an  
Educational Task,**  
Freudenthal H.

degrés supérieurs du secondaire. La formation des professeurs, basée sur un tel programme, prendrait moins de temps qu'elle n'en prend de nos jours. Ce n'est pas nécessairement une perte. Je n'appuie pas les appels démagogiques pour des études plus courtes. Une limitation des programmes d'études ne devrait pas, dans tous les cas, avoir pour but de raccourcir les études. Les étudiants étudieraient simplement moins dans le même laps de temps, du moins, c'est ce qui se passerait dans mon pays. Je voudrais plutôt rompre avec la fiction qui veut que par un examen qui ouvre la voie d'une carrière académique, l'étudiant en connaît assez pour toute sa vie. Je crois que ses études doivent s'étaler sur une plus longue période: une première formation courte devrait être complétée par des recyclages fréquents qui permettraient de rafraîchir ses connaissances et de les adapter aux nouveaux développements. Je reviendrai sur les caractéristiques de tels cours qui se sont répandus ces dernières années.

Jusqu'à présent, je n'ai pas pris en considération la formation pédagogique des professeurs de mathématiques. Bien sûr, enseigner fait aussi partie des activités que l'on apprend sur le terrain et, bien sûr, en pédagogie également, il n'est pas bon de rester à ce niveau plancher. Ceci implique que les premières études à l'université peuvent uniquement contribuer dans une mesure modeste à l'enseignement pédagogique et didactique. Si, en s'écartant de Comenius, nous recommandons aujourd'hui que la théorie soit réinventée (et ne précède pas pour cette raison la pratique), il ne reste qu'une petite quantité de pédagogie à apprendre avant qu'un enseignant ne commence à enseigner, à apprendre à partir de ses propres exemples et de ceux des autres à analyser l'enseignement qu'il tente de donner, qu'il donne et qu'il a donné. Le futur professeur devrait apprendre la méthode de l'expérimentation de la pensée et savoir comment s'y référer. Ceci prépare à l'activité théorique, qui, dans cette profession, devrait être liée à la pratique de l'enseignement. D'après mon expérience, il n'y a pas beaucoup de professeurs qui considèrent leur propre enseignement ou celui des autres comme matière à investigation; la plupart d'entre eux sont grandement surpris quand on leur parle de telles activités.

En dehors de la littérature professionnelle, la formation continuée du professeur dans beaucoup de pays, jusqu'il y a quelques années, était restreinte à d'occasionnelles conférences, le plus

souvent sur le contenu de la science, quoique des groupes de discussions pouvaient exister çà et là. Les professeurs participaient au mouvement d'innovation avant tout comme auditeurs; perplexes ou épouvantés, ils écoutaient des exposés révolutionnaires sur de nouveaux programmes; des idées didactiques, plus proches du cœur du professeur étaient alors à peine discutées. Avec les nouveaux programmes qui allaient arriver dans un avenir proche, le recyclage des professeurs a dû être envisagé. Ceci a mené dans beaucoup de pays à des cours de recyclage. Conçus comme une mesure d'urgence, ils acquerront probablement un statut permanent. Je viens juste d'expliquer pourquoi un tel dosage de formation pédagogique est intéressant en soi. Ces formations montraient de grandes différences de par leurs caractéristiques. Quant au fond du sujet, il y avait des exemples des deux extrêmes: enseigner au futur professeur précisément ce qu'il devrait enseigner d'ici quelques années, avec la conséquence catastrophique qu'il enseignerait exactement cette matière-là, ou le munir d'une base scientifique qu'il ne pourra utiliser lorsqu'il enseignera. La méthode de telles formations développait presque toujours une plus grande activité des participants; il n'était pas inhabituel qu'ils prennent la forme de séminaires. Il y a cependant de grandes différences suivant les nations. Il y a des pays ou des régions où les séminaires sont impossibles car les gens "biens élevés" laissent la discussion aux politiciens.

Je peux donner plus de détails en ce qui concerne notre propre expérience aux Pays-Bas. Pendant quelques années, des cours d'adaptation ont été organisés durant 15 jours par an; ceux-ci gravitaient autour d'exercices pratiques, ce qui est une activité de résolution de problèmes individuelle. Ces cours étaient suivis par la moitié de tous les professeurs des écoles secondaires, la grande majorité était capable de participer activement aux exercices pratiques. A un niveau inférieur, les autres professeurs du secondaire reçurent des cours du soir. Les résultats furent satisfaisants. Pour les deux groupes, des cours de didactique furent organisés. Dans ces cours, on s'abstenait de raconter aux professeurs ce qu'ils devaient enseigner et comment ils devraient enseigner. Le but de ces cours était des discussions de groupe au sujet d'expériences didactiques et d'analyses. Quand il apparaissait que les discussions étaient trop vagues sur un sujet aux bases aussi abstraites, du matériel audiovisuel concernant l'enseignement en classe était préparé comme sujet de discussion.

Le grand problème est toujours celui de l'instituteur primaire (il y a six années d'école primaire dans notre pays). Depuis que les mathématiques ont été abolies comme matière obligatoire dans la formation, il peut arriver qu'un instituteur soit appelé à enseigner l'arithmétique et les mathématiques à l'école primaire et parfois au-delà, même si la dernière cote insuffisante dont cet instituteur peut se targuer en mathématiques était relative aux équations linéaires à une inconnue et à des applications numériques du théorème de Pythagore. Le nombre d'instituteurs est environ de 50 fois plus élevé que celui des professeurs dans les hautes

écoles secondaires. Quoique le problème de leur recyclage semble être insoluble, nous allons lancer un projet à grande échelle pour attaquer ce problème.

Les cours d'adaptation mentionnés ci-dessus étaient organisés dans le cadre de la modernisation de l'enseignement des mathématiques. En 1970, le Ministère hollandais de l'Enseignement a décidé d'élever le développement des programmes et le recyclage des professeurs en mathématiques au statut d'institution permanente.

## MATHÉMATIQUE







Université libre de Bruxelles  
Centre de Documentation Pédagogique - CeDoP  
CP 186 - avenue F.D. Roosevelt, 50 - 1050 Bruxelles  
☎ 02/650 40 35

Prix de vente : 30 FB