

## PROBLEMATHS

18 septembre 2017

### ÉNONCÉS

#### Problemath 1

Que vaut  $(1 - \frac{\cos 61^\circ}{\cos 1^\circ})(1 - \frac{\cos 62^\circ}{\cos 2^\circ}) \dots (1 - \frac{\cos 119^\circ}{\cos 59^\circ})$ ?

#### Problemath 2

Si la Terre tournait suffisamment vite autour de son axe, la gravité en un point  $P$  du globe pourrait être contrebalancée par la composante verticale de la force centrifuge en  $P$ , de sorte que  $P$  se trouverait en "gravité zéro". Quelle serait, à 1 minute près, la durée d'une rotation complète de la Terre sur elle-même (actuellement 24 heures) si Bruxelles se trouvait en gravité zéro? On supposera que la Terre est une sphère de 6371 km de rayon et que  $g = 981 \text{ cm/sec}^2$  à Bruxelles, située à  $50^\circ 51'$  de latitude.

#### Problemath 3

Étant donné un tétraèdre  $T$  de l'espace euclidien  $\mathbb{R}^3$ , soient  $s$  le centre de la sphère inscrite,  $s'$  le centre de la sphère circonscrite et  $g$  le centre de gravité de  $T$  (pour rappel, si  $a, b, c, d$  sont les sommets de  $T$ , son centre de gravité est le point  $g$  tel que  $\vec{ga} + \vec{gb} + \vec{gc} + \vec{gd} = \vec{0}$ ). Si  $s, s'$  et  $g$  coïncident, alors toutes les arêtes de  $T$  ont la même longueur, autrement dit  $T$  est un tétraèdre régulier. Vrai ou faux?

### COMMENTAIRES

Résoudre des problèmes permet de se rapprocher de l'activité du chercheur et de percevoir la mathématique comme une science vivante. D'autre part, du fait que leur résolution exige souvent autre chose que la routine et les recettes, les problèmes développent l'aptitude à maîtriser des situations nouvelles.

Vous avez découvert ci-dessus trois énoncés de problèmes. Si vous en résolvez plusieurs, nous vous prions de le faire sur des feuilles séparées, pour faciliter le travail des correcteurs. Les solutions doivent nous parvenir au plus tard **le vendredi 6 octobre à 14h** (date limite à respecter scrupuleusement!). Si vous êtes sur le Campus de la Plaine, vous pouvez déposer vos solutions dans une boîte aménagée à cet effet au 8ème étage du Bâtiment NO, dans le local 2.08.109, ou les remettre à Jean DOYEN (bureau 2.08.208). Si vous êtes à l'École polytechnique sur le Campus du Solbosch, vous pouvez les remettre à Anne DELANDTSHEER ou les déposer dans la boîte aux lettres qui se trouve sur la porte UA4.112 (Bâtiment U, porte A, 4ème étage), à l'entrée du Service de Mathématiques. Prière d'indiquer clairement vos NOM et PRENOM - section et année d'étude ( BA1.math., BA2.phys., BA1.polytech., etc...).

Les noms de ceux qui auront fourni des solutions correctes seront publiés avec les énoncés suivants (attention: pour qu'une solution soit considérée comme correcte, il faut qu'elle

soit soigneusement justifiée). Tous ceux qui auront résolu plus de la moitié des Problemaths proposés pendant l'année académique 2017-2018 se verront attribuer un prix et un diplôme.

L'équipe Problemaths, composée de Hoan Phung BUI, Christine CUTTING, Anne DELANDTSHEER, Julie DISTEXHE, Jean DOYEN, Keno MERCKX, Selim REXHEP et Adrien VANDENSCHRICK, vous souhaite de joyeuses cogitations problématiques !

### LA PENSÉE DU JOUR

*"The most rewarding part of doing mathematics is the "Aha" moment, the excitement of discovery and enjoyment of understanding something new, the feeling of being on top of a hill and having a clear view"* (Maryam MIRZAKHANI, mathématicienne iranienne, Professeur à l'Université Stanford en Californie, Médaille Fields en 2014, la première femme à recevoir cette prestigieuse distinction mathématique depuis sa création en 1936. Elle est décédée le 15 juillet 2017 d'un cancer du sein. Elle avait 40 ans).