DANS LA MÊME COLLECTION :

II. *Ensembles, nombres et puissances*
III. *Exploration de l'espace et pratique de la mesure*

A PARAÎTRE :

Les Fractions (avec fiches de travail)
La Géométrie des transformations (avec fiches de travail)
Algèbre linéaire (avec fiches de travail)

Les premiers pas en mathématique

I

LOGIQUE ET JEUX LOGIQUES

par

Z. P. DIENES et E. W. GOLDING

O. C. D. L.

65, RUE CLAUDE-BERNARD – PARIS 5e

Le texte original de cette initiation à la mathématique a té publié sous le titre *First years in mathematics : Logic and logical games*, par l'O. C. D. L. pour ESA Harlow (Essex), Grande-Bretagne, et Herder and Herder, New York.
Traduit de l'anglais par Pierre Roy.

INTRODUCTION

REMARQUES PRÉLIMINAIRES SUR LA MATHÉMATIQUE ET LES ENFANTS

Cette collection est destinée aux maîtres du premier degré, et c'est sans la moindre hésitation que nous leur disons : il faut que le « calcul » d'antan cède le pas à l'étude de la « mathématique » dès le tout jeune âge. A notre époque moderne, il est nécessaire d'élever les enfants dans la compréhension de la mathématique et de ses utilisations. Cela devient une part essentielle de notre culture [1].

Cette évolution significative aura, c'est inévitable, de nombreux effets, et il ne nous est pas permis, à nous autres enseignants, de continuer à négliger les problèmes qu'elle pose dans le domaine pédagogique. Il ne suffisait pas, nous le savons maintenant, de réformer les programmes du second degré, quand on a bien voulu le faire, pour préparer de manière satisfaisante nos enfants au travail qui leur sera demandé à l'Université. Il ne suffirait pas non plus de réformer les programmes du premier degré, afin de préparer les enfants au travail plus sérieux qui les attend au lycée. On commence à admettre aujourd'hui que c'est au moment même où l'enfant aborde pour la première fois l'école, au moment où il entre à la maternelle, qu'il faut s'occuper de ses mathématiques.

Qu'on n'aille surtout pas déduire de ces affirmations que nous préconisons « la mathématique moderne » pour les seuls enfants destinés, en définitive, à l'enseignement supérieur. Le besoin sera tout aussi grand pour les autres, qui n'iront pas si loin. Il devient dès à présent évident que le monde de demain exigera de tous une certaine « culture mathématique », même de ceux qui n'auront pas dépassé le niveau du brevet.

Notre collection rend compte de quelques-unes des expériences qu'il conviendrait d'offrir aux enfants dès leur arrivée à la maternelle et pendant leurs deux premières années d'école. Soulignons toutefois qu'il n'existe pas de règles absolues sur ce que l'enfant peut, ou ne peut pas apprendre, pendant ces deux premières années.

Les suggestions de cette collection sont le résultat d'un certain nombre d'années d'études dans différentes parties du monde, notamment à Adélaïde (Australie), Papoua (Nouvelle-Guinée), dans le

1. Cf. Z. P. DIENES, *La mathématique moderne dans l'enseignement primaire.*

Leicestershire (Angleterre) et au Massachussetts (États-Unis). Bien qu'elles aient toutes été essayées d'une manière relativement étendue, il est dès à présent évident qu'elles devront être révisées à la lumière des recherches ultérieures. Il est possible que certains exercices semblent trop difficiles pour des enfants moyens, et qu'en même temps il faille en introduire d'autres pour rendre plus complet le cours du développement conceptuel.

PLAN

Cette collection comprend trois fascicules. Le premier concerne l'acquisition de la logique par les jeunes enfants. Le second vise l'introduction du nombre, en partant des propriétés des ensembles, et conduit à la notion de puissance. Le troisième traite brièvement des applications pratiques des nombres aux situations impliquant des mesures de longueur, de poids, de capacité, de temps, d'aire, et ainsi de suite et comporte également une initiation à la géométrie.

A notre avis, l'acquisition de la logique doit se développer parallèlement à celle des autres aspects ; certes, on ne pourra guère faire des mesures avant que ne se soient formées certaines idées sur les nombres, c'est bien naturel ; mais aussitôt que cette formation sera intervenue, on pourra agencer des quantités de situations pratiques dans lesquelles les enfants seront encouragés à utiliser les notions nouvellement formées sur les nombres.

On trouvera dans la 2e partie un grand nombre d'exercices pratiques que nous appelons des « jeux ». Ils ne sont pas destinés à être lus et suivis par les enfants : ceux-ci ne disposent souvent ni du vocabulaire, ni même parfois de la capacité de lire qui leur permettraient de déchiffrer, d'interpréter et de mener à bien les instructions qui y sont contenues. Par contre, ces jeux pourraient être utilisés par des enfants plus âgés. En effet, nous pensons que si des enfants ne sont pas passés dès le début par les expériences ici décrites, on devrait cependant à un moment donné leur fournir l'occasion de faire ces expériences. Les jeux pourraient être utilisés aussi par les futurs maîtres pour bâtir des plans de leçons. En présentant nos instructions sur les ensembles et les mesures, nous leur avons donné une forme qui facilitera l'établissement de plans de leçons, ou de parties de leçons, mais il est bien entendu que ce sont les maîtres eux-mêmes qui doivent établir ces plans.

LA SITUATION EN CLASSE

Des changements aussi radicaux dans les programmes scolaires ne seraient pas possibles s'il nous fallait conserver en même temps les manières de faire et l'atmosphère de la classe traditionnelle. En fait, nous espérons que les maîtres s'efforceront de passer d'une « situation

d'enseignement » à une « situation d'apprentissage »[1]. Insistons bien sur ce point : si l'on aborde le problème comme nous le suggérons ici, il y aura bien moins d'« enseignement frontal s'adressant à toute la classe ». Une bonne partie du travail sera exécutée par des enfants travaillant en petits groupes, voire individuellement. Ces groupes peuvent être constitués par le maître, et s'ils ne le sont pas, on s'apercevra que les enfants sont très prompts à se grouper d'eux-mêmes, et à travailler ensemble dans la joie, surtout si on ne leur a pas gâché leur travail par l'institution d'un système de récompenses et de punitions. Les enfants éprouvent fondamentalement de l'intérêt à la découverte des nouveautés du monde qui les entoure, et il n'y a pas besoin de leur gâcher cet intérêt par la création de contraintes ou de récompenses pour le travail bien fait. Un sourire de la maîtresse, une tape sur l'épaule constituent des récompenses bien suffisantes.

En agissant de la sorte, les enfants se trouveront encouragés à apprendre la mathématique pour elle-même, et non pour briller ou « gratter » leurs condisciples à la course aux résultats. Il se formera des groupes, qui changeront de composition et se reformeront, à mesure que certains enfants apprendront plus vite que d'autres. Il y aura place aussi pour la progression individuelle et il y aura aussi enfin, des moments où il sera plus profitable de prendre toute la classe en bloc. On trouvera à propos des ensembles un exemple, qui illustre ce passage, d'une discussion avec toute la classe au travail par groupes.

La manière sans doute la plus satisfaisante d'introduire les ensembles sera de considérer les enfants de la classe comme les membres possibles de divers ensembles. En d'autres termes, l'ensemble de base peut, pour commencer, être défini comme celui de tous les enfants de la classe. Plus tard, également, c'est en prenant les enfants eux-mêmes que l'on pourra le plus commodément jouer à des jeux d'équivalences. Quand on posera la question : « Y a-t-il plus de chaises que d'enfants ou plus d'enfants que de chaises ? » les enfants découvriront rapidement la réponse, si on les laisse faire, en essayant chacun de s'asseoir sur une chaise. Si tous les enfants peuvent s'asseoir, un par chaise, et qu'il reste des chaises libres, alors, bien entendu, il y a plus de chaises – et personne n'a compté ni les enfants ni les chaises. Dans ce genre de situations, l'expérience conjointe de toute la classe, ou au moins d'une bonne partie de la classe, sera avantageuse. Aussi n'est-il pas possible de poser de règles rigides sur les avantages respectifs du travail individuel, du travail en petits groupes et du travail de toute la classe en fonction des diverses situations. Il appartient en dernier ressort au maître de choisir ce qui lui paraît la meilleure manière

1. « Teaching situation » et « learning situation ». Il s'agit là de mots-clés de la pensée de l'auteur. L'enfant ne doit pas « recevoir un enseignement » mais « apprendre », « acquérir par son propre effort, par le tâtonnement, comme un apprenti le fait de son futur métier ». C'est pourquoi nous parlerons toujours d'*apprentissage* ou d'*acquisition* (NDT).

d'aborder la situation dans laquelle il se trouve. Très souvent, quand il s'agit d'introduire un aspect nouveau, il vaut mieux prendre la classe en sa totalité, mais pas pour longtemps, car il peut se faire que les progrès aient été si divers en qualité que l'étape suivante doive être abordée par groupes – et cela peut devenir nécessaire avant même qu'une leçon ait pris fin.

Un élément important de l'apprentissage, c'est la discussion entre les enfants. Pour l'illustrer, prenons le cas d'un jeu logique, comportant la formation d'un diagramme de Venn sur le parquet de la classe. Si l'un des enfants pose une pièce au mauvais endroit, il est beaucoup plus profitable que l'erreur soit signalée par un camarade que par le maître. Les deux enfants pourront en discuter sur un pied d'égalité, et généralement l'enfant qui pense que la pièce a été mal placée va en discuter avec beaucoup d'énergie, tandis que l'autre ne manquera pas de répliquer avec acharnement. Mais les règles du jeu sont assez simples pour que finalement la vérité jaillisse toute seule de la discussion. C'est là un excellent entraînement, car il est infiniment préférable d'encourager les enfants à faire appel à la vérité, plutôt qu'à l'autorité de quelque personne chargée de la dispenser, le maître par exemple.

Si l'on encourage les enfants à discuter, non seulement de ce qu'ils sont en train de faire, mais encore de ce qu'ils croient avoir découvert, il en résultera naturellement un certain bruit dans la classe. Tout aussi naturellement ne sera-t-il pas nécessaire de laisser ce « vacarme » se développer jusqu'à interdire tout apprentissage ou interrompre l'activité des autres classes. Le maître doit demeurer bien persuadé que c'est lui qui a la responsabilité de la classe, et insister pour que ce bruit nécessaire demeure limité. Cependant, du point de vue des enfants, c'est étonnant le volume de bruit qu'ils peuvent supporter tout en se livrant à de délicats efforts de pensée. C'est généralement le maître que ce bruit excessif « rend fou », pas les enfants. Par contre, de même que le maître doit se faire à l'idée d'une situation plus bruyante, de même il faut que les enfants apprennent à tenir compte d'autrui. Selon notre propre expérience, avec un peu de concessions de part et d'autre, on y arrive très bien.

Si les enfants apprennent mieux avec des méthodes actives, et si la discussion peut aider à une telle acquisition du savoir, il faut que le maître s'adapte à cette nouvelle situation, de même que si des enfants doivent apprendre dans une situation scolaire classique, avec d'autres salles à côté, il faut qu'ils limitent le volume du bruit qu'ils produisent.

Pour mettre en œuvre un programme d'apprentissage du type décrit dans cet ouvrage, il faut une quantité assez importante de matériel, manipulé tant par les enfants que par le maître. Cet élément, joint à celui du travail individuel ou en groupes, conduit à la nécessité d'une certaine organisation. Si les activités et le matériel ne sont pas soigneusement organisés, il y aura chaos, perte de temps, et médiocres conditions d'étude. Pour s'assurer que chaque enfant sait par quoi commencer la leçon, on peut, par exemple, faire un schéma au tableau,

avec les noms des enfants ou des groupes à côté de chacun des éléments du schéma. Il y faudra parfois des dessins, si les enfants ne sont pas encore en mesure de lire des instructions : trois cercles entrelacés pour un diagramme de Venn, quelques blocs rapidement esquissés pour un jeu d'échanges. Le matériel doit avoir une place bien déterminée, dans la classe ou dans le couloir, où les enfants puissent l'atteindre : avant la leçon de mathématique, le maître n'aura plus qu'à demander à certains enfants responsables de prendre le matériel, de le mettre où il faut, de distribuer les cartes, etc. A la fin de la leçon on chargera les enfants de vérifier le matériel, de le remettre dans les boîtes, de tout ranger bien en ordre dans les armoires.

Une fois une telle organisation instituée, il ne semble pas y avoir de difficultés à mettre la classe en marche, mais ce qui est certain, c'est qu'il faut de l'organisation, car les choses ne se font pas d'elles-mêmes.

Sauf quand il s'agira d'introduire un nouvel aspect, le maître fera bien d'échelonner les permutations entre groupes ou entre enfants isolés, dans toute la mesure possible, afin qu'au début d'une leçon la majorité des enfants soient en train de continuer dans une activité dont ils ont déjà quelque connaissance, tandis que seul un petit nombre d'enfants est initié à une nouveauté. Cela aussi exige de grandes capacités d'organisateur.

Il n'est pas possible à un maître formé selon la tradition de passer à ce genre de mathématiques sans un certain retour sur lui-même et sans le changement d'attitude qui doit en résulter. Par exemple, l'idée que c'est la vérité qui est l'autorité, et non le maître, est parfois difficile à admettre pour certains. D'ailleurs, les enfants eux-mêmes ont l'habitude de demander au maître : c'est tellement plus simple! Il est extrêmement tentant de s'interposer lorsque l'enfant commet une erreur, et de lui dire comment il faut faire. Il est vraiment difficile de rester là, à côté d'un enfant, et de le voir patauger, se perdre dans son problème, alors qu'il suffirait de dire : « Tiens, pose le comme çà », et que ce serait fait. Seulement, cela n'aboutirait qu'à le frustrer du profit que devrait lui procurer une situation d'apprentissage, dont l'objet est de l'amener à découvrir *lui-même* la solution. En résolvant par lui-même, il a l'occasion de fixer la solution dans son esprit d'une manière beaucoup plus claire et plus durable que si c'est le maître qui lui dit ce qu'il doit faire.

En outre, que les maîtres se souviennent bien que leur manière de penser n'est pas forcément celle des enfants. En fait, le mode de pensée des enfants est très différent de celui des adultes ; il varie même d'un enfant à l'autre. Il n'existe pas une manière unique de résoudre un problème. Très souvent un enfant, si on lui en donne l'occasion, suggérera un chemin d'approche du problème qui ne sera pas du tout celui que le maître aurait choisi – et qui pourra même paraître tout à fait erroné à ce dernier. La meilleure méthode pédagogique, dans ce cas, serait pour le maître d'éviter de dire « Non, ce n'est pas comme cela. Faites comme ceci » mais, plutôt, de se joindre à l'enfant pour chercher avec lui ce que vaut sa suggestion. Il pourrait s'en suivre une discussion, ou un acte de découverte en commun, la méthode proposée par l'élève étant jugée sur ses mérites : si elle est bonne, et si l'enfant est assez intelligent pour la suivre jusqu'au bout, il convaincra peut-être le maître. Dans le cas contraire, et si l'enfant continue à tâtonner et à s'apercevoir que sa méthode n'est pas fameuse, il sera toujours temps pour le maître de lui faire entendre qu'une autre manière d'aborder le problème serait peut-être préférable.

Ne nous faites surtout pas dire, sous prétexte que nous suggérons de ne pas s'ingérer à contre-temps dans l'activité des enfants, qu'il faut toujours les laisser se débrouiller tout seuls. Une suggestion bien placée, au bon moment, de la part du maître, est un élément tout à fait nécessaire du processus d'apprentissage, mais elle ne doit jamais prendre la forme d'un ordre. Elle doit toujours demeurer une suggestion. Si un enfant commet une erreur, il ne faut pas lui en démonter longuement le mécanisme, même si le maître ne le voit que trop clairement. Il faut que les conséquences de ses erreurs se révèlent d'elles-mêmes à l'enfant ; il doit voir que le résultat est absurde, et c'est alors que pénétrera en lui l'idée que sa méthode n'était pas bonne. Il est de beaucoup préférable de découvrir soi-même ses erreurs, plutôt que de se les entendre exposer par un autre, car cette découverte constitue en soi un élément d'apprentissage de la question. Si l'on dit à l'enfant : « Non. C'est faux ; ce n'est pas comme cela qu'on fait, c'est comme ceci », il n'apprend rien, car il n'a eu aucune expérience personnelle de la manipulation.

Il est extrêmement difficile de se faire une idée de la manière dont se déroule une telle classe composée d'enfants de cinq, six ou sept ans si on ne l'a pas vraiment vue en action. Nous espérons que le plus grand nombre possible d'instituteurs qui voudraient mettre en pratique les suggestions de cet ouvrage pourront aller dans une école où ces méthodes sont déjà appliquées[1].

1. On peut s'informer auprès du Service de la Recherche pédagogique de l'Institut pédagogique national, 29, rue d'Ulm, Paris 5e, ou du CEPAM, 65, rue Claude-Bernard, Paris 5e.

Première Partie

LA LOGIQUE

1. IDÉES FONDAMENTALES

Une partie importante de la mathématique est consacrée à l'étude des nombres. Les nombres n'ont pas d'existence concrète comme les objets que nous voyons autour de nous. Les nombres sont des propriétés, tout comme les couleurs, les formes, les dimensions, etc. Il n'existe pas d'objet qui s'appelle « un grand », mais il y a des objets grands. La grandeur est une propriété sans existence concrète. Il en est de même de la couleur ; on ne peut pas dire « Voilà un bleu »... à moins de parler d'un conscrit ; mais il y a des objets bleus. Les dimensions, les couleurs, les formes sont des propriétés, ou des attributs, qui se rapportent à des objets individualisés. Le nombre est une propriété qui se rapporte aux collections, aux ensembles d'objets. Aucun objet ne peut avoir la propriété « deux ». Mais un ensemble d'objets peut avoir la propriété « deux ». Aussi est-il évident qu'avant d'étudier les nombres il faut étudier les ensembles d'objets. Il faut bien comprendre que les ensembles se rapportent aux objets et les nombres aux ensembles. Les objets sont le matériau de base de toute expérience ; aussitôt que nous commençons à grouper des objets et à en former des ensembles, nous sommes déjà en train d'organiser ce matériau, cette expérience fondamentale, dans nos esprits, parce qu'il nous faut trier nos expériences premières pour en tirer une signification. Les ensembles sont déjà des abstractions. L'une des manières de trier nos ensembles c'est de les ranger en « classes d'équivalence » : nous pouvons les trier d'après le nombre d'éléments qu'ils comportent. Ainsi tous les ensembles à un élément seront rangés dans la classe 1. Tous les ensembles à deux éléments seront rangés dans la classe 2. Et ainsi de suite. Tous les éléments appartenant à la même classe ont la même propriété du point de vue du nombre.

Il y a plusieurs manières de définir les ensembles. L'une d'elles consisterait à en énumérer tous les éléments. Cela pourrait être fastidieux s'ils comportaient un grand nombre d'éléments, par exemple tous les habitants de la Loire. Aussi la manière la plus courante de définir les grands ensembles est-elle de décider des attributs que doivent posséder leurs éléments. Mais il ne suffit pas de décider de ces attributs. Par exemple, si nous disons « Les habitants de la Loire », ne parlons-nous que des habitants humains, ou faut-il y inclure certains animaux, et, dans ce cas, lesquels? Il nous faut décider d'un ensemble fondamental, ou univers, aux éléments duquel vont s'appliquer les attributs à utiliser. Cet univers, dans notre exemple, serait celui des « êtres humains vivants » et alors « être un habitant de la Loire » va sélectionner un certain ensemble bien défini de gens extraits de la famille humaine tout entière. Mais même ainsi, il nous faut prendre soin que le critère soit, dans tous les cas, décisif. Par exemple, il nous faut définir clairement ce que nous entendons par « habitant ». S'agit-il de « ceux qui ont un domicile fixe dans la Loire » ou de « tous ceux qui s'y trouvent de passage un certain jour »? Une fois le critère défini avec une précision suffisante pour nous permettre de dire si un membre quelconque de l'univers possède ou ne possède pas l'attribut en question, on peut affirmer que cet attribut définit bien un ensemble.

Il existe des *relations* entre les ensembles : ainsi le fait pour un ensemble d'être inclus dans un autre, ou pour un ensemble de n'avoir aucun élément commun avec un autre, ou encore pour un ensemble d'avoir exactement les mêmes éléments qu'un autre (auquel cas ce n'en est pas en réalité « un autre »!). Ces relations, il nous les faut étudier. Il y a aussi des *opérations* que l'on peut effectuer sur les ensembles et qui conduisent à l'apparition d'autres ensembles. Par exemple, considérons l'opération de « trouver la partie commune à deux ensembles » ; soit les ensembles définis par les attributs suivants :

« gagnant moins de 10.000 fr. par an », « habitants de la Provence ».

Chacun de ces attributs définit un ensemble de personnes. L'ensemble des personnes possédant ces deux attributs constituera la partie commune, ou *intersection* des deux ensembles définis par les attributs séparément. Cet « ensemble d'intersection » ou « ensemble des parties communes » va être composé des personnes possédant comme attribut :

« de gagner moins de 10.000 fr. par an *ET* d'être habitant de la Provence ».

Ainsi, quand nous unissons les deux attributs par le mot ET, nous formons l'intersection d'ensembles définis par des attributs distincts.

Nous pourrions également considérer l'opération de « réunion de deux ensembles ». Si nous voulions assembler toutes les personnes « gagnant moins de 10.000 fr. par an » avec toutes celles qui seraient « habitants de la Provence », nous procéderions à la *réunion* de deux ensembles distincts. Quel est l'attribut de ce nouvel ensemble? Manifestement, c'est « ou bien gagner moins de 10.000 fr. par an ou bien habiter en Provence », du moment qu'il est entendu que « ou bien... ou bien » est pris dans le sens inclusif, c'est-à-dire qu'il inclut tous les Provençaux gagnant moins de 10.000 fr. par an aussi bien que tous les autres Provençaux et aussi les non-Provençaux gagnant moins de 10.000 fr. par an. Ainsi, lorsque nous réunissons deux attributs par les mots « ou bien... ou bien », nous formons une réunion d'ensembles définie par des attributs distincts.

Il y a une autre opération très simple sur les ensembles qui est extrêmement importante. C'est la formation de l'ensemble complémentaire. Par exemple, l'ensemble complémentaire de celui des personnes gagnant moins de 10.000 fr. par an est l'ensemble des personnes gagnant 10.000 fr. par an et davantage. L'ensemble complémentaire de celui des Provençaux est celui formé par les non-Provençaux. Pour obtenir l'attribut applicable au complément d'un ensemble, il nous faut mettre le mot « non » devant le mot définissant notre ensemble. Par exemple, si tous les objets d'une certaine chambre forment l'univers, l'attribut « rouge » définit l'ensemble des objets rouges de cette chambre. L'attribut « non-rouge » définit le complément de l'ensemble des objets rouges, cet ensemble consistant en tous les objets de la chambre qui ne sont pas éléments de l'ensemble « rouge ».

L'étude des relations entre les attributs telles qu'elles sont exprimées par des « conjonctions » comme « et », « ou...ou », « non » et ainsi de suite, et l'étude des relations entre ces conjonctions sont connues sous le nom de calcul propositionnel. Dans ce livre, nous décrirons comment les enfants, à partir de cinq ans, peuvent commencer de s'initier au calcul propositionnel.

2. LES BLOCS LOGIQUES

C'est par leurs propres expériences, et non par celles des autres que les jeunes enfants apprennent le mieux. Aussi les relations logiques que nous voudrions voir apprendre par les enfants devront-elles être incorporées dans des relations effectivement observables entre des attributs faciles à distinguer tels que couleur, forme, etc. Il y a quelque temps que cette technique est utilisée pour tester la pensée logique (formation des concepts) ; c'est probablement par le psychologue russe Vygotsky qu'elle a pour la première fois été utilisée d'une manière systématique. William Hull a été le premier à montrer de manière pratique [1] que des enfants de cinq ans pouvaient se livrer à une pensée logique d'un ordre élevé, pourvu que les exercices fussent convenablement choisis et adaptés au stade de développement de ces enfants, et pourvu que le plus grand soin fût pris pour qu'un verbalisme excessif ne vînt pas faire obstacle au processus de formation des concepts. Les blocs que nous décrirons ici diffèrent légèrement de ceux qui ont été utilisés par Hull pour ces premières expériences ; certains des jeux décrits ici sont presqu'identiques à ceux qui furent joués par le premier groupe expérimental, d'autres sont des développements de ces jeux, certains mis au point par les enfants eux-mêmes, d'autres encore sont tout à fait nouveaux, tels les jeux de transformations et les jeux de disjonction. Les instructions données avec les jeux sont largement basées sur les expériences faites avec des enfants de 5 à 7 ans

1. *Concept Work with Young Children*, Bulletin of the International Study Group for Mathematics Learning, Vol. I, no. 2, 1963.

en Australie, mais il faut noter qu'une bonne part des expériences a eu lieu dans des endroits aussi différents que Québec, Boston, Hawaï, le Leicestershire (Angleterre), Genève, Paris, le Surrey (Angleterre), la Californie, les Philippines et la Nouvelle Guinée.

Les blocs logiques sont composés de la façon suivante [1] :

carré grand épais rouge, rectangle grand épais rouge, triangle grand épais rouge, cercle grand épais rouge,	carré grand épais bleu, rectangle grand épais bleu, triangle grand épais bleu, cercle grand épais bleu,	carré grand épais jaune, rectangle grand épais jaune, triangle grand épais jaune, cercle grand épais jaune,
carré grand mince rouge, rectangle grand mince rouge, triangle grand mince rouge, cercle grand mince rouge,	carré grand mince bleu, rectangle grand mince bleu, triangle grand mince bleu, cercle grand mince bleu,	carré grand mince jaune, rectangle grand mince jaune, triangle grand mince jaune, cercle grand mince jaune,
carré petit épais rouge, rectangle petit épais rouge, triangle petit épais rouge, cercle petit épais rouge,	carré petit épais bleu, rectangle petit épais bleu, triangle petit épais bleu, cercle petit épais bleu,	carré petit épais jaune, rectangle petit épais jaune, triangle petit épais jaune, cercle petit épais jaune,
carré petit mince rouge, rectangle petit mince rouge, triangle petit mince rouge, cercle petit mince rouge,	carré petit mince bleu, rectangle petit mince bleu, triangle petit mince bleu, cercle petit mince bleu,	carré petit mince jaune, rectangle petit mince jaune, triangle petit mince jaune, cercle petit mince jaune.

On voit qu'il y a quatre **variables** :

1) **grandeur** 2) **épaisseur** 3) **couleur** 4) **forme**

Les variables grandeur et épaisseur ont chacune deux valeurs : grand et petit pour la taille, épais et mince pour l'épaisseur. La variable couleur a trois valeurs: rouge, bleu et jaune ; la variable forme a quatre valeurs : carré, rectangle, triangle et cercle. Chaque pièce de l'ensemble a quatre « noms », comme on l'a indiqué plus haut. Les enfants apprendront vite les noms des pièces de façon à pouvoir retirer de l'ensemble toute pièce correctement nommée. La bonne connaissance des noms des pièces est une condition nécessaire à l'exercice de la plupart des jeux décrits dans ce livre.

Avertissement important

Il est extrêmement important de laisser aux enfants la possibilité de *jouer librement longtemps* avec les pièces comme avec tout autre matériel mathématique didactique. Si un enfant refuse de jouer au jeu qu'on lui propose, on le laissera jouer librement comme il l'entend, on laissera libre cours à son imagination et à sa créativité. Il y aura toujours assez d'enfants dans une classe qui auront envie de jouer à nos jeux pour que cette activité semble à un moment ou à un autre désirable à tout enfant de la classe.

1. Les « Blocs logiques » font partie du laboratoire de mathématique de l'O. C. D. L.

3. LES JEUX DE DIFFÉRENCES

3.1. *Le jeu à une différence*

Entre deux blocs logiques, il y a au moins une différence. Il peut s'agir de la grandeur, de l'épaisseur, de la couleur ou de la forme. Naturellement, les blocs peuvent différer les uns des autres de plus d'une façon. Si un grand carré rouge épais ne diffère d'un grand carré rouge mince qu'en ce qui concerne l'épaisseur, un grand carré rouge épais diffère d'un grand carré bleu mince par l'épaisseur et la couleur. C'est pour aider les enfants à prendre conscience de ces différences ou de ces similitudes que les exercices ci-dessous leur sont proposés.

Un élève place une pièce quelconque de l'ensemble sur la table. L'élève suivant choisira une pièce qui ne diffère de la première que par un seul attribut. Cette différence ne peut concerner que la grandeur, l'épaisseur, la couleur ou la forme. Le suivant, qui serait le premier joueur s'il n'y a que deux enfants, choisira une troisième pièce qui ne diffère de la seconde également que par un seul attribut. Cet exercice continuera de la sorte jusqu'à ce que toutes, ou presque toutes les pièces, soient disposées dans une rangée. Chaque joueur aura le droit de contrôler ceux qui le précèdent. Si l'un des élèves croit que celui qui a joué avant lui a commis une erreur, il peut le dire. S'il a raison, il gagne un point, s'il a tort, il en perd un. Chaque choix exact est crédité d'un point. On peut donc gagner des points :

1. soit en jouant correctement selon la règle établie ;
2. soit en découvrant que quelqu'un n'a pas respecté la règle.

L'élève qui aura obtenu le plus grand nombre de points sera le gagnant. Le fait que tous les joueurs soient invités à contrôler leurs coéquipiers les encourage à se concentrer non seulement sur leur propre jeu, mais aussi sur celui des autres.

3.2. *Le jeu à deux différences*

Il s'agit de la suite du jeu précédent. Le premier élève choisit une pièce quelconque de l'ensemble. Le suivant doit choisir une pièce qui diffère de la première par deux et seulement deux attributs. Si, par exemple, un grand carré rouge épais a été choisi, le joueur suivant peut poser un petit carré rouge mince. Dans ce cas, la deuxième pièce diffère de la première par la dimension et l'épaisseur, mais elle pourrait également différer de la première par deux autres attributs. Un grand carré bleu et mince aurait également été une bonne seconde pièce, de même qu'un grand rond épais et jaune. Les joueurs se contrôleront mutuellement. En ce qui concerne les points, les mêmes règles que précédemment seront appliquées.

Ce jeu peut être étendu à trois ou même à quatre différences. Les élèves aiment souvent établir leurs propres règles et combiner d'une certaine façon la suite des différences. Ils peuvent, par exemple, commencer par une différence, enchaîner avec deux, trois et quatre différences, pour revenir à une différence et recommencer le cycle. Il faut naturellement les autoriser à combiner ces successions comme ils l'entendent.

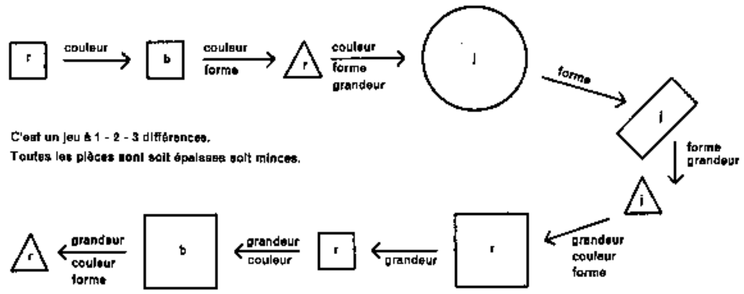


Fig. 1

3.3. *Le jeu de domino*

Il s'agit d'une forme plus compliquée du jeu des différences qui consiste à jouer simultanément en deux directions : de gauche à droite et d'arrière en avant. Dans la ligne de gauche à droite, nous avons une différence, dans la ligne d'arrière en avant deux différences. On peut parler d'un jeu en forme de croix. Un problème intéressant et difficile est de remplir les coins.

Ci-dessous, fig. 2, les commencements possibles d'un jeu en croix. Les pièces ici dessinées sont supposées toutes épaisses.

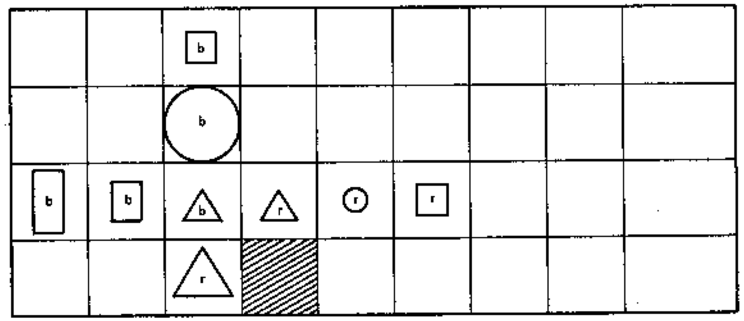


Fig. 2 *Jeu de domino : de gauche à droite, il y a une différence entre deux pièces, de haut en bas, deux différences. Dans le carré hachuré on pourrait placer un grand triangle bleu.*

Supposons que, de gauche à droite, ait été posée une rangée de cinq ou six pièces, rangée traversée à un certain endroit par une rangée orthogonale : il y aura quatre coins autour de cette intersection. Pour remplir ces coins, il sera nécessaire d'avoir une pièce qui diffère par un attribut d'une des pièces et par deux attributs de l'autre. C'est en en essayant de résoudre ce problème que l'on s'apercevra de la nature de ce jeu des attributs croisés.

L'espace hachuré représenté dans la figure 2 pourrait être rempli soit par un cercle grand rouge épais, soit par un carré grand rouge épais, soit par un triangle grand jaune épais, soit par un triangle grand bleu épais...

Il est conseillé de donner aux élèves autant de points que de différences correctement établies. Un coin correctement rempli vaudra au joueur 3 points : 1 point pour la différence correctement établie dans la direction de gauche à droite, et 2 points pour les 2 différences dans la direction d'arrière en avant. L'élève qui découvre une erreur aura droit à 3 points. A celui qui a fait l'erreur, 3 points seront enlevés.

Un autre perfectionnement du jeu consiste à construire en hauteur, c'est-à-dire à empiler les pièces. Les différences en hauteur d'une pièce à celle du dessus si l'on fait une « tour » avec les pièces, peuvent être de trois attributs.

Notre jeu d'attributs croisés aura, dans ce cas, non seulement une couche, mais plusieurs. Bien entendu chaque couche doit être constituée par des attributs croisés corrects ; autrement dit on essaiera de construire un jeu d'attributs croisés à trois dimensions. Il paraîtra sans doute, à première vue, qu'un tel exercice dépasse les possibilités d'enfants de 5 à 7 ans. Mais s'il est vrai que certains enfants ne sont pas capables de dominer une telle complexité, d'autres en revanche en sont capables. Il ne serait pas juste de priver les enfants d'exercer leurs capacités, de ne pas leur donner la possibilité d'éprouver leurs forces. C'est d'autant plus facile que chaque équipe jouera à un jeu différent et en rapport avec la maturité des enfants qui la composent.

Dans le jeu d'attributs croisés on a trouvé qu'une direction à quatre différences est plus facile à réussir lorsqu'elle est croisée avec une direction à une différence. Les enfants peuvent, en effet, voir d'un simple coup d'œil qu'une pièce est très différente d'une autre. Ils peuvent aussi plus aisément découvrir une erreur parce que, dans le cas d'une erreur, il y aura un attribut commun aux deux pièces et que cette situation n'est pas autorisée par la règle.

On doit mettre en garde les maîtres de ne pas faire énumérer prématurément les différences par les enfants. Les enfants acquièrent une puissance de discrimination tout à fait incroyable dans ces jeux où ils se trompent rarement.

Le jeu par paires sera introduit pour amener ces intuitions au niveau de la pleine conscience. C'est une intéressante extension du jeu de domino qui a été quelquefois jouée par de jeunes enfants. Cette extension devient possible quand toutes les pièces ont été utilisées et que les enfants désirent placer les pièces autour de celles qui ont déjà été placées.

Dans ce cas on peut dire aux enfants qu'ils peuvent acheter une pièce ou même deux ou trois, le prix d'une pièce étant le nombre de différences entre cette pièce et le corps de blocs restants. Il est quelquefois possible de faire de cette manière un bénéfice... ou une perte! On peut pratiquer ce jeu en stipulant que chaque enfant doit décider combien de pièces il va acheter, sans toutefois dépasser trois. Quand il aura acheté ces pièces, il sera libre de les placer en conformité avec les règles du jeu. Ainsi, un enfant pourra perdre sur une pièce et gagner sur une autre.

3.4. *Le jeu des contradictions*

Des enfants ont inventé une version encore plus difficile de ce jeu, version dans laquelle ils prouvent que certains espaces ne peuvent pas être remplis. Ils placent une pierre ou tout autre objet quelconque dans un tel espace. Supposons, par exemple, que dans la rangée de gauche à droite il y ait un espace à remplir et qu'il y ait trois différences entre la pièce de gauche et celle de droite. Comme il faudrait faire cela en deux mouvements, mais qu'il y a un seul espace entre les pièces, il s'agit clairement d'une impossibilité puisqu'il n'est permis de faire qu'une seule différence à la fois de gauche à droite. Une pierre devrait être placée dans cet espace. Un nombre de points élevé, par exemple 5, est attribué à l'élève qui apporte la preuve qu'un tel espace ne peut pas être rempli et le même nombre de points sera attribué à qui contestera avec succès la validité de la démonstration.

A la fin du jeu, comme les pièces seront de moins en moins nombreuses, certains espaces seront difficiles à remplir parce que les pièces dont on aurait besoin ont déjà été utilisées. Dans ce cas, ce n'est pas une impossibilité logique qui empêche de remplir les espaces, mais simplement un manque de pièces. Une autre sorte d'objet sera placée dans un tel espace, par exemple, un crayon ou une gomme. Les enfants découvrent spontanément la différence entre ces deux impossibilités.

4. LE JEU DES PAIRES

4.1. *Le jeu avec 8 pièces*

On choisit 8 pièces. On détermine 3 variables, par exemple : la forme, la couleur et la grandeur, avec deux valeurs pour chaque variable, c'est-à-dire 2 formes, 2 couleurs et 2 grandeurs. Les 2 formes pourront être le carré et le rectangle, les deux couleurs le rouge et le bleu, les deux grandeurs seront évidemment grand et petit. Si toutes les combinaisons de ces attributs doivent être représentées dans le jeu, il y aura, naturellement, 8 pièces. Le premier joueur forme avec

deux pièces quelconques une paire. On demande au second joueur de construire une autre paire de la même manière que le premier joueur. Cela signifie que les différences entre les pièces de la deuxième paire doivent être les mêmes qu'entre les pièces de la première paire. Si, par exemple, la première paire est formée par le grand carré rouge et le petit carré rouge, ce n'est que la dimension qui a varié. La seconde paire droit être construite de façon similaire et peut être par exemple : le grand carré bleu et le petit carré bleu.

La troisième paire doit être également formée sur la base des mêmes différences que la première et la seconde paires. Si la troisième paire a été construite correctement, la quatrième en résultera automatiquement. Tous les joueurs ont le droit de contrôler ceux qui les précèdent. Il faudra établir des tours pour la première paire afin de donner des chances égales à tous les enfants.

4.2. *Réaliser toutes les paires*

Il y a exactement sept façons différentes de construire les paires avec les huit pièces choisies comme il a été indiqué dans le paragraphe précédent. Réaliser ces sept façons est le but du jeu. Chaque façon de construire les paires comprend naturellement quatre paires, chaque paire étant constituée d'une manière similaire. On établit une règle de jeu selon laquelle aucune paire ne doit être répétée, c'est-à-dire que si deux pièces ont été assemblées comme paire, on ne peut pas une deuxième fois en faire une paire. Selon cette règle, il y a sept manières différentes de construire des paires.

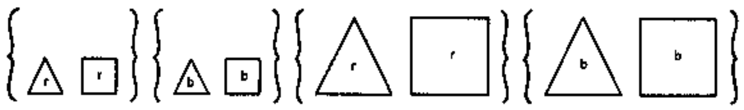
Chaque enfant peut contrôler la régularité du jeu et s'il découvre une telle répétition, le joueur qui a commis l'erreur perd un point et celui qui l'a découverte en gagne un. Celui qui a obtenu le plus grand nombre de points gagne la partie.

4.3. *Méthode de notation*

Il est très difficile de jouer le jeu ci-dessus sans établir une méthode pour enregistrer les façons de faire les paires. On peut s'en remettre aux enfants pour résoudre ce problème. Pour commencer, ils dessineront probablement chaque paire qui a été construite. Après un certain temps, ils découvriront une méthode plus systématique, ou bien on peut en suggérer une, par exemple, en établissant le tableau à sept colonnes et trois lignes ci-dessous :

Différence de forme	oui	non	non	oui	non	oui	oui
Différence de couleur	non	oui	non	oui	oui	non	oui
Différence de dimension	non	non	oui	non	oui	oui	oui

La première façon de faire les paires notée pour mémoire sur le tableau dans la première colonne est celle-ci :



La cinquième façon de faire les paires (voir 5ème colonne du tableau) serait la suivante :

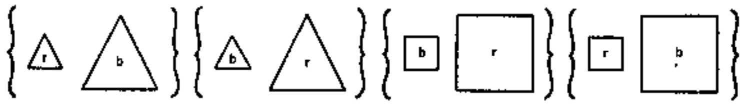


Fig. 3

On peut inscrire dans les colonnes « oui » ou « non » ou faire des croix, ou n'importe quel autre signe que les enfants auront choisi. Chaque colonne représente une manière de faire les paires. De cette façon, on pourra se rendre compte de ce qui a déjà été fait et le contrôle pourra avoir lieu sans qu'une discussion s'élève entre les enfants pour savoir si, oui ou non, une paire a déjà été formée. La difficulté de trancher une telle discussion sera pour les enfants une preuve très convaincante qu'il faut enregistrer les événements d'une certaine manière pour s'en souvenir.

4.4. *Le jeu avec 16 pièces*

Si, au lieu de trois variables, on introduit la quatrième, c'est-à-dire l'épaisseur, il y aura seize pièces dans le jeu et, dans chaque façon de faire les paires, il y aura 8 paires. Dans ce cas, il y aura quinze façons différentes possibles de faire les paires. C'est là une tâche plutôt difficile et seuls les enfants les plus doués seront capables de la résoudre. On peut naturellement restreindre le jeu à deux variables au lieu de trois, c'est-à-dire forme et couleur, chacune ayant deux valeurs.

Dans ce cas, il n'y aura que quatre pièces dans l'ensemble et seulement trois façons de faire les paires. L'expérience a montré qu'il est préférable de commencer par un ensemble de huit pièces, de passer ensuite à un ensemble de quatre et, en troisième lieu seulement, à un jeu de seize pièces.

Le jeu peut être généralisé à d'autres attributs comme la couleur des cheveux, la couleur des yeux, le sexe des enfants, etc., de sorte que l'on puisse former les paires avec les enfants eux-mêmes. Supposons que nous choisissions des enfants blonds et des enfants bruns, des enfants aux yeux bleus et aux yeux bruns, des garçons et des filles. Dans ce cas, il y aura huit enfants différents dans chaque ensemble. On peut leur

demander de se former eux-mêmes par paires et de découvrir de combien de manières différentes ils peuvent constituer des paires sans qu'aucune paire ne soit répétée. Il y aura, naturellement, sept façons de former les paires et, dans chaque façon, il y aura 4 paires. De tels exercices aideront les enfants à transposer leur pensée logique à d'autres situations. On peut leur demander d'inventer d'autres situations où le même jeu, ou des jeux similaires, peuvent être joués. Par exemple: avec des images d'enfants maigres et d'enfants gros, d'enfants aux cheveux bouclés et d'enfants aux cheveaux raides, de garçons et de filles, et toutes les combinaisons de celles-ci fourniront un ensemble de jeux de cartes qui pourront être utilisées de la même façon que les « blocs logiques ». Évidemment, bien d'autres attributs peuvent être utilisés.

5. LES JEUX DE NÉGATION

5.1. *Le jeu de négation simple avec deux équipes*

Le but de ce jeu est de faire prendre conscience aux enfants du principe de contradiction, c'est-à-dire : si une chose est à un certain endroit, elle ne peut pas être en même temps ailleurs. On forme deux équipes de trois à quatre enfants par équipe qui seront assises chacune d'un côté de la table. On sépare la table en deux par un « mur » bâti avec des livres ou des cartables, en sorte que l'équipe A peut placer au pied du mur des blocs qui seront invisibles pour l'équipe B d'en face. Chaque côté possède 24 blocs choisis au hasard. L'équipe A commence le jeu et demande un bloc à l'équipe B en le désignant correctement par ses quatre attributs. Si le bloc se trouve effectivement en possession de l'équipe B, il doit être donné à l'équipe A. Ensuite, c'est l'équipe B qui demande un bloc à l'équipe A, et ainsi de suite. Chaque bloc qui a été nommé une fois ne peut pas être demandé une deuxième fois. Le jeu peut être terminé quand une équipe a un certain nombre de pièces de plus que l'autre.

On constate qu'au commencement beaucoup d'enfants demandent des blocs qu'ils voient de leur côté. Ils ne comprennent pas que si la pièce se trouve chez eux, la même pièce ne peut pas être également de l'autre côté, comme ils ne comprennent pas non plus que si la pièce n'est pas de leur côté, elle doit être nécessairement de l'autre côté. Il y a dans ce jeu, comme en germe, la notion d'*implication*. Les enfants apprennent que si chaque pièce est ou bien d'un côté ou bien de l'autre côté, ils peuvent en conclure que, si elle est ici, elle ne peut pas être là-bas, et également, si elle n'est pas ici, elle est nécessairement là-bas. Ces deux déductions de la situation « ou bien... ou bien », chaque pièce étant ou bien ici ou bien là-bas, est un pas logique très important. Les enfants apprennent vite à jouer ce jeu et dès qu'ils atteignent le stade où ils ne font plus d'erreur, on cessera d'y jouer.

5.2. *Le jeu de la pièce cachée*

Il s'agit d'une variante plus difficile du jeu de la négation qui peut être jouée par un groupe de quatre ou six enfants. Un enfant cache une pièce, pendant que les autres ferment les yeux. La pièce sera cachée sous une boîte ou dans une poche. Le reste de l'équipe doit découvrir quelle pièce a été cachée. Au commencement, les enfants essayeront d'ordonner les blocs restants par piles, afin de déterminer la pièce cachée. On les laissera faire, car c'est une manière naturelle de mettre de l'ordre dans un chaos apparent. Quand ils auront réussi plusieurs fois à trouver la bonne pièce en mettant de l'ordre parmi celles qui sont restées sur la table, on leur suggérera de deviner la pièce cachée sans toucher aux pièces. Dès qu'ils seront capables de voir, étalées sur la table, toutes les pièces les unes à côté des autres, ils seront bientôt en mesure de les ordonner mentalement et de découvrir le bloc qui manque. Cette variante plus difficile retient l'attention des enfants dès que la découverte par manipulation des pièces est devenue trop facile.

Pour rendre le jeu plus difficile, on peut cacher plus d'une pièce. Les enfants trouveront que, si l'on cache trois pièces choisies, par exemple, dans les trois couleurs, mais de la même forme, de la même dimension et de la même épaisseur, par exemple tous les petits triangles minces (c'est-à-dire un petit triangle rouge mince, un petit triangle bleu mince, et un petit triangle jaune mince) ils ont du mal à les décrouvir.

Ceci est, en effet, beaucoup plus difficile à trouver que si les trois pièces étaient prises au hasard parce que quand les petites piles sont faites, même mentalement, il n'y a pas de pile manquante. Ceci dépend, bien entendu, de la manière dont les piles seront faites par les enfants.

Une autre variante consiste à cacher quatre ou cinq pièces ou plus à la fois. On peut aussi ne rien cacher du tout. On doit alors faire trouver s'il y a des pièces cachées et, s'il y en a, combien, et lesquelles. Les enfants sont tout à fait capables d'apprendre à le faire sans toucher à aucune pièce.

5.3. *Le jeu des « non »*

Dans ce jeu, un enfant prélève une pièce quelconque et demande aux autres enfants de son groupe de dire tout ce que la pièce choisie n'est pas. Par exemple, l'enfant a choisi un petit carré rouge mince. Cette pièce n'est pas grande, elle n'est pas épaisse, elle n'est pas bleue, elle n'est pas jaune, elle n'est pas un rectangle, pas un triangle et elle n'est pas un cercle. Mais ce n'est pas non plus un triangle rouge, ni un carré rouge épais, etc.

Il arrive que les enfants énoncent des attributs qui ne sont pas ceux des blocs logiques ; ils diront, par exemple, que ce n'est pas noir, que ce n'est pas un lapin, que ça ne se mange pas, etc. De cette façon, l'extension énorme de ce que quelque chose n'est pas sera rendue plus accessible aux enfants.

Une autre forme encore de ce jeu consiste à demander à un enfant d'essayer d'énumérer toutes les choses qu'il n'est pas. Ou bien on peut lui demander de dire, alternativement, ce qu'il est, puis ce qu'il n'est pas, puis ce qu'il est, puis ce qu'il n'est pas, etc.

A la première erreur commise, il sera remplacé par un autre enfant, par exemple, par celui qui aura signalé l'erreur. Celui-ci commencera, à son tour, à énumérer rapidement ce qu'il est et puis ce qu'il n'est pas, etc.

6. LE JEU DES VINGT QUESTIONS

6.1. *Le jeu des réponses*

Pour ce jeu, il est recommandé d'avoir des petits cartons ou des plaques en plastique portant comme symbole les mots « grand », « épais », « mince », « non », d'autres portant des formes: carré, rectangle, triangle, rond, d'autres encore, portant des taches de couleur: bleu, rouge, jaune. On aura besoin d'un grand nombre de plaques. Un enfant est désigné comme chef d'équipe. Il invitera un autre enfant à penser à un bloc sans le nommer. Ensuite, le chef d'équipe invitera ses camarades à poser des questions comme, par exemple : « est-ce rouge ? », « est-ce bleu ? », « est-ce un rectangle ? », « est-ce grand ? », etc. A ces questions, l'enfant qui aura choisi mentalement une pièce répondra par oui ou par non. Chaque fois qu'une question a été posée et la réponse donnée, cette réponse est posée sur la table. Par exemple, si quelqu'un a demandé « est-ce bleu ? » et que la réponse a été « non », alors on pose un carton « non » à gauche d'un carton « bleu » (ou un carton « Non bleu ») sur la table, comme information maintenant utilisable. Ou, si on demande « est-ce grand ? » et que la réponse « oui » a été donnée, on posera un carton portant le mot « grand », etc… On constatera au commencement que les enfants posent trop de questions, c'est-à-dire qu'ils ne sont pas encore capables de tirer tout le profit de l'information qui se trouve sur la table. Ainsi, si l'on a répondu affirmativement à la question « est-ce grand ? » le carton « grand » se trouve sur la table ; un autre enfant demandera quand même « est-ce petit ? », alors on posera sur la table « non petit ». Les enfants ne comprennent pas nécessairement que « grand » implique « non petit » et que « non petit » implique « grand ». Chaque pièce étant ou bien grande, ou bien petite, si ce n'est pas l'un, c'est nécessairement l'autre.

Si le jeu de négation a été joué, de telles distinctions ou relations seront plus facilement perçues. Le premier enfant qui saura utiliser l'information et qui prendra la bonne pièce sur la table aura le droit de choisir mentalement le bloc à découvrir dans le jeu suivant.

6.2. *Le jeu des réponses et des déductions*

Une variante un peu plus compliquée du jeu précédent consiste à établir deux tableaux : le *tableau des réponses* et le *tableau des déductions*. La réponse aux questions sera placée sur la table des réponses et, si un élève en tire une déduction correcte, celle-ci sera placée sur la table des déductions. Si, à la question « est-ce mince ? » la réponse est « non », on place « non mince » sur la table des réponses. Si quelqu'un dit : « Bon, c'est donc épais », dans ce cas, le chef d'équipe place le mot « épais » sur la table des déductions. Pour faciliter la découverte du bloc choisi mentalement, toute réponse « positive » qui figure sur la table des réponses sera également placée sur la table des déductions. Exemple : si, à la question « est-ce jaune ? » la réponse est « oui » le mot jaune ira aussi bien sur la table des réponses que sur celle des déductions. Cela ne signifie naturellement pas que nous attendons que les enfants déduisent « si c'est jaune, alors c'est jaune », mais seulement des déductions comme celles-ci « si ce n'est pas grand, alors c'est petit », ou « si ce n'est pas épais, alors c'est mince », ou peut-être, des déductions plus compliquées : « si ce n'est pas rouge, ni bleu, alors c'est jaune ». Si les mots « non rouge » aussi bien que « non bleu » figurent sur la table des réponses et que quelqu'un dit « eh bien, c'est jaune » alors le chef d'équipe prend un symbole jaune et le place sur la table des déductions. Si l'on agit de la sorte, la table des déductions donnera à chaque moment les informations les plus cohérentes et les plus concises. En revanche, la table des réponses accumulera rapidement un grand nombre d'informations inutiles comme « épais », « non mince », « non jaune », « non rouge », « bleu », etc. Dans ce jeu également, le premier élève qui devinera la pièce correcte sera chargé de choisir mentalement la suivante.

Dans ce jeu les enfants apprennent à se servir de l'information. Certaines questions fournissent plus d'information que d'autres. Si des enfants demandent : « Est-ce un carré bleu ? » et si la réponse est « non », alors l'information obtenue est que c'est une des 44 pièces au lieu d'une des 48 pièces. Si la réponse est oui, mais c'est bien improbable, alors le pari a été payant et le champ a été énormément rétréci.

Il est improbable que beaucoup d'enfants forment le concept de « pari » avant d'avoir accumulé un grand nombre d'expériences sur cette manière de procéder. La question « est-ce bleu » réduit les 48 possibilités soit à 32 soit à 16, cela dépend de la réponse à la question et, ainsi, cela ressemble moins à un pari.

Les enfants continueront à poser des questions dont ils devraient déjà connaître les réponses s'ils avaient fait attention aux réponses données aux questions précédentes ; autrement dit, ils poseront des questions inutiles. Ce genre de questions sera progressivement éliminé si le jeu est mené de façon compétitive par deux équipes.

Le jeu des vingt questions est à un niveau pratique une excellente introduction à la théorie de l'information. Les enfants qui auront

pratiqué ce jeu seront dans une disposition plus favorable pour comprendre ce que signifie la « mesure » de l'information que ceux qui n'auront pas l'expérience personnelle d'extraction d'informations de situations données et cela de la manière la plus économique.

6.3. *Le jeu de l'ensemble à deviner* [1]

Supposons que les pièces aient été placées de façon ordonnée dans une matrice de six sur huit (un cadre de 48 cases) comme on le décrira dans le jeu des matrices (voir jeu suivant).

On demande à un enfant de penser à un ensemble caractérisé par la conjonction de deux attributs. Par exemple, il pourrait penser aux « triangles grands ». Tout « triangle grand » est donc un exemplaire, un membre de son ensemble, et toute pièce qui n'est pas un triangle grand n'est pas membre de cet ensemble, comme, par exemple, les triangles petits ou bien toutes les grandes pièces qui ne sont pas des triangles. Deux ou trois enfants, à tour de rôle, pourraient montrer les pièces et demander à l'enfant qui a été choisi pour penser à un ensemble : « Cette pièce-là fait-elle partie de ton ensemble ? ». Si c'est « oui », on pourrait placer un jeton vert sur la pièce, si c'est « non », on pourrait placer un jeton rouge. Le premier enfant qui, ou bien nommera l'ensemble par ses attributs, ou bien ramassera toutes les pièces de l'ensemble à la fois (non les autres !) sera le gagnant et c'est lui qui sera chargé de choisir l'ensemble suivant.

Au commencement, les enfants chercheront de façon incohérente à deviner sans tenir compte de l'information obtenue par les jetons verts et rouges qui auront été placés sur les pièces. Pour aider les enfants à mieux aborder la difficulté, le maître pourrait éventuellement leur dire : « Vous n'avez guère de chance avec ce jeu, n'est-ce pas ? » Bien entendu l'enfant qui devinera l'ensemble avec le plus petit nombre de questions sera le « champion », et les autres essaieront de faire mieux si, toutefois, il est possible de deviner l'ensemble nouveau avec un aussi petit nombre de questions.

Il ne faut pas s'attendre à voir naître des stratégies très compliquées dans les débuts. Mais, après une pratique suffisante, les enfants sauront mieux faire usage de l'information. Par exemple : Si un triangle grand jaune mince est une pièce « oui » il sera d'une bonne stratégie de changer un seul attribut à la fois et de montrer un triangle grand rouge mince. Si c'est une pièce « non », c'est donc le jaune qui fait la différence et l'attribut « jaune » doit faire partie de l'ensemble à deviner. Si, par contre, c'était une pièce « oui », alors la couleur ne pourrait pas faire la différence et l'on pourrait en déduire que la couleur n'entre pas dans la définition de l'ensemble… mais, comme nous venons de le

1. Ce jeu est dû à Jérôme Bruner. Voir *A study of thinking*, Bruner, Goodnow and Austin, Wiley, New York, 1956. Bruner utilisait des cartes et des sujets adultes.

dire, on ne peut s'attendre à une telle rigueur au départ, bien qu'il y ait des enfants qui en soient capables.

Par contre, ce qui est tout à fait certain, c'est que les enfants ne tireraient aucun bénéfice d'exercices de ce genre si le maître leur enseignait à les résoudre de cette manière. Le but de tels jeux n'est pas, en effet, de montrer comment il faut en trouver la solution, mais, notons-le, la nécessité pendant qu'on apprend à y jouer d'une certaine somme de réflexion personnelle, et les jeux sont proposés justement aux enfants pour leur donner une chance d'acquérir une telle réflexion personnelle ; leur dire comment jouer les priverait de cet avantage et rendrait les jeux sans valeur éducative.

7. LE JEU DES TABLEAUX OU MATRICES

On demande aux enfants de mettre en ordre l'ensemble des blocs. Cette formule est, à dessein, très vague et les enfants feront quelquefois un vague essai de mettre les pièces en ordre. Les instructions peuvent être plus précises, si on leur dit : « Mettez toutes les pièces grandes ici, et toutes les petites, là. Nous commencerons avec les carrés et puis nous continuerons avec les rectangles, puis avec les ronds et puis avec les triangles » ; mais il serait préférable, évidemment, de laisser les enfants prendre ces décisions eux-mêmes.

Il se peut que 48 pièces soient un nombre un peu trop grand pour un arrangement convenable dans une matrice. Si l'on sélectionnait, de façon systématique, un petit nombre de pièces et si l'on demandait aux enfants de les ranger, l'idée de le faire suivant un certain ordre pourrait leur venir à l'esprit plus facilement. Si on ne leur donnait que les pièces grandes et épaisses, il n'y en aurait que 12 comprenant 3 couleurs et 4 formes. On n'attendrait pas longtemps avant que les enfants les ordonnent en 3 rangées de 4 pièces chacune et chaque rangée contiendrait les pièces de la même couleur et probablement dans le même ordre. Il y aurait une rangée rouge, une bleue et une jaune et, probablement, une colonne avec des carrés, une avec des triangles, une avec des rectangles et une colonne avec des ronds. Ayant présenté ceci comme une des mises en ordre possible, alors le classement de toutes les pièces de la boîte dans un tableau deviendrait très facile. La méthode de classement ayant été choisie et définie, on peut commencer une partie en posant seulement un certain nombre de pièces, c'est-à-dire en remplissant une certaine partie de la table et en demandant aux enfants de continuer à disposer le reste selon les règles comme ils l'ont vu faire pour les pièces déjà posées. Évidemment, ils peuvent le faire à tour de rôle et de façon compétitive. Un enfant ou une équipe peut penser à une règle et l'appliquer en plaçant seulement quelques pièces. L'autre équipe peut alors essayer de retrouver cette règle en posant d'autres pièces à la suite. Les pièces mal placées peuvent être contestées par l'équipe adverse et des points ajoutés ou retranchés selon le cas. Si une règle qui est différente de celle choisie par la première

équipe est realisée par la seconde, on laissera continuer les enfants aussi longtemps que cette règle différente restera en accord avec les positions des pièces déjà posées.

Si l'on voulait jouer d'une manière qui relève à la fois du jeu de domino et du jeu des tableaux, on pourrait dire aux enfants de faire varier, dans une rangée, l'épaisseur d'une pièce à l'autre tout en gardant la même grandeur. Les instructions pourraient être : « Mettez seulement les grandes pièces dans cette rangée, mais dans l'ordre : épaisse, mince, épaisse, mince, etc... Puis on pourrait leur demander de faire une rangée parallèle avec, cette fois, seulement des petites pièces, de la même façon : épaisse, mince, épaisse, mince etc... On devra dire aux enfants que, dans cette partie, les couleurs et les formes n'ont pas d'importance mais seulement l'épaisseur et la grandeur. Finalement un tableau comme ci-dessous en résulterait :

épais grand,	mince grand,	épais grand,	mince grand,	épais grand,	mince grand
épais petit,	mince petit,	épais petit,	mince petit,	épais petit,	mince petit
épais grand,	mince grand,	épais grand,	mince grand,	épais grand,	mince grand
épais petit,	mince petit,	épais petit,	mince petit,	épais petit,	mince petit
etc...					

Dans la direction de gauche à droite la grandeur reste la même tandis que l'épaisseur varie alternativement. Dans la direction d'avant en arrière, l'épaisseur reste la même tandis que la grandeur change alternativement. On n'attendra pas longtemps avant que des enfants s'exclament : « Oui, et si vous jouez aux quatre coins, alors vous changez l'épais en mince ou le grand en petit ».

Ce jeu est une introduction aux jeux de transformations de même que dans les « promenades » en trois directions différentes nous engendrions :

1) des changements de grandeur ;
2) des changements d'épaisseur ;
3) des changements de grandeur et d'épaisseur.

Il permet de familiariser les enfants avec l'idée que certaines choses sont applicables à certains moments et non à d'autres. Dans les jeux envisagés jusqu'à présent, les couleurs et les formes ont toujours été utilisées. Ici, elles sont inutilisables.

8. LES JEUX AVEC DES CERCEAUX[1] (diagrammes de Venn)

8.1. *Le jeu avec deux cerceaux*

Deux cerceaux de bois peuvent être posés sur le plancher de façon à se recouvrir en partie.

1. Dans les classes maternelles qui disposent de cerceaux, il est pratique de s'en servir. Au C. P., nous avons pris des cerceaux de gymnastique. Mais on peut toujours dessiner des cercles ou se servir de cordes.

On pourra dire aux enfants – par exemple – que toutes les pièces rouges doivent être mises à l'intérieur d'un cerceau particulier et qu'aucune pièce rouge ne devra être laissée à l'extérieur. A l'intérieur de l'autre cerceau, on pourra poser tous les rectangles et aucun rectangle ne devra être posé à l'extérieur. Au début, les enfants pourront prendre tout le temps de décider ce qu'il faut faire avec les rectangles rouges. Ceux-ci iront naturellement sur la partie du plancher où les cerceaux se recouvrent, parce qu'elle est à la fois à l'intérieur du cerceau « rouge » et à l'intérieur du cerceau « rectangle ». Les pièces qui ne sont ni rouges ni rectangles doivent être placées en dehors. Cela signifie que les 48 pièces auront été partagées en 4 groupes : les rectangles rouges, les rouges non-rectangles, les rectangles non-rouges et celles qui sont non-rouges et non-rectangles.

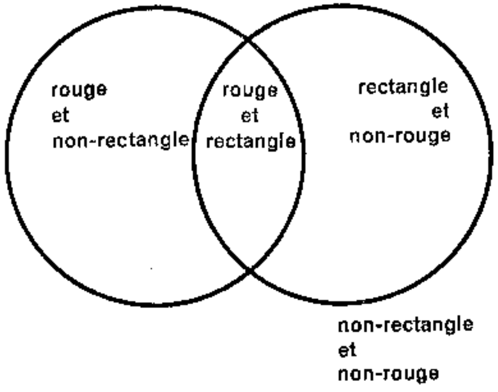


Fig. 4

Ainsi le premier exercice aura été fait avec des ensembles dont les rapports sont exprimés par « **et** » et « **non** ».

Il faut également jouer ainsi avec des enfants de la classe. On peut employer une corde qui entourera les enfants possédant certains attributs. Par exemple, nous pourrions prendre les enfants qui ont des chaussures noires et les inviter à entrer tous dans la boucle de corde. Nous pourrions dire que tous les enfants aux cheveux blonds doivent entrer dans une autre boucle. Il peut se passer un bon moment avant que les enfants aux cheveux blonds à qui il arrive ce jour là de porter des chaussures noires comprennent où ils doivent aller. Il y a souvent toute une discussion au sujet de ce que doivent faire de tels enfants. Ceux qui portent des chaussures noires veulent aller avec ceux qui portent des chaussures noires et ceux qui ont des cheveux blonds veulent aller avec ceux qui ont des cheveux blonds. Finalement, on leur fera découvrir que les deux cordes peuvent être mises dans une position telle qu'elles se recouvrent en partie, auquel cas les enfants aux cheveux blonds et qui portent des chaussures noires peuvent se

tenir dans la partie commune aux deux boucles. Ils seront à l'intérieur des deux boucles en même temps. Ce jeu peut aisément être étendu à un jeu avec trois cerceaux (ou trois boucles).

8.2. *Le jeu avec trois cerceaux*

Pour cela, trois cerceaux doivent être posés sur le plancher, de manière à ce qu'ils se recouvrent chacun en partie. On attribuera à chaque cerceau un certain attribut. A l'un ce sera peut-être une couleur, à l'autre une forme, et au troisième une épaisseur ou une grandeur – soit par exemple au premier cerceau l'attribut « bleu », au second l'attribut « carré », et au troisième l'attribut « grand ». On expliquera qu'à l'intérieur du premier cerceau doivent aller toutes les pièces bleues et les pièces bleues seulement, et qu'aucune pièce bleue ne doit aller à l'extérieur. Le deuxième cerceau devra contenir toutes les pièces carrées, rien que les pièces carrées et l'on ne devra poser aucune pièce carrée à l'extérieur. Le troisième cerceau devra contenir toutes les pièces grandes, rien que les grandes et aucune pièce grande ne devra rester à l'extérieur. On aura remarqué que cette disposition partage les 48 pièces en 8 sections qui sont les bleus non-carrés non-grands, les carrés non-bleus non-grands, les carrés bleus grands, les carrés bleus non-grands, les carrés non-bleus grands, les non-carrés bleus grands, les grands non-carrés non-bleus et les non-grands non-carrés non-bleus – ces derniers étant laissés à l'extérieur (voir figure 5).

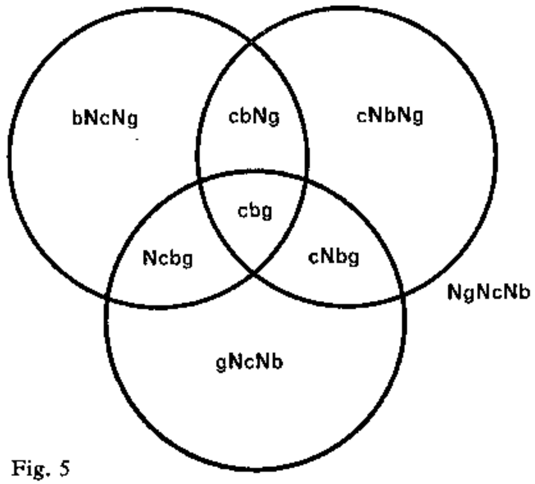


Fig. 5

La construction d'un tel diagramme par des enfants semble peut-être incroyable. Nous l'avons vu réalisé par des enfants de 4 ans, pratiquement sans erreur, après seulement quelques instructions.

Plus tard, ce jeu peut être étendu à d'autres attributs, à d'autres objets ou à des personnes dans la salle de classe afin que les relations logiques apprises dans les jeux avec les blocs logiques puissent être facilement transférables à d'autres situations, par exemple à des attributs de personnes, et éventuellement de nombres, ou d'ensembles de nombres, etc. On peut donner des points pour les pièces placées correctement et encourager l'esprit d'émulation comme dans les autres jeux.

On peut aussi jouer avec 4 attributs. Il faut cependant dire aux maîtres qu'il est très difficile de dessiner quatre cercles de manière à ce que toutes les 16 combinaisons des intérieurs et des extérieurs de ces cercles soient représentées par une région assez spacieuse ; autrement dit, si l'on veut jouer avec quatre attributs, des cordes assez longues seront nécessaires pour que chaque combinaison des 4 attributs et de leurs négations aient une « maison » dans laquelle les pièces puissent être placées correctement. On peut, bien entendu, dessiner des ellipses sur le sol avec une craie[1].

Le jeu à 4 attributs est beaucoup plus difficile que le jeu à 3 attributs et l'on ne peut invoquer aucun but éducatif particulier pour proposer aux enfants d'apprendre à combiner complètement 4 attributs et leurs négations. Si, cependant, les enfants désirent vivement exercer leur habileté intellectuelle dans cette direction, ils ne faut pas les décourager.

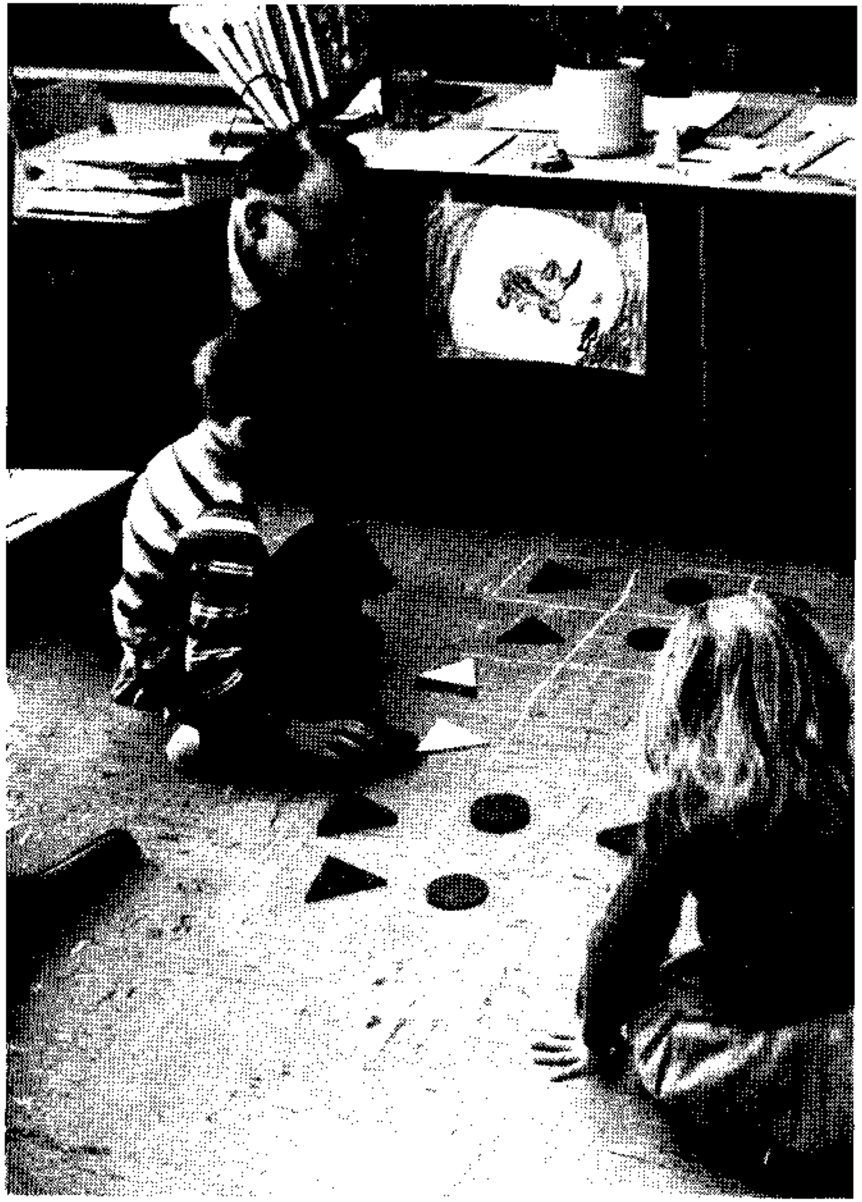
9. LES JEUX DE « OU... OU »

9.1 *Première version*

On peut y jouer en demandant aux enfants de faire un ensemble dans lequel chaque pièce est, ou une sorte de chose, ou une autre sorte de chose; par exemple, nous pourrions apprendre aux enfants à mettre dans un panier toute pièce qui est *ou* un carré *ou* qui est jaune. Si elle est carrée, elle peut aller dans le panier, si elle est jaune, de même. Cela signifie que si c'est un carré jaune, il peut naturellement aller encore dans le panier. Quand chaque pièce qui doit aller dans le panier a bien été mise dedans, il est vrai de dire que quelle que soit la pièce qu'on retirera du panier, elle sera ou un carré ou jaune. Ainsi le contenu du panier représentera un ensemble tel que chacun de ses éléments aura l'attribut *ou jaune ou carré*.

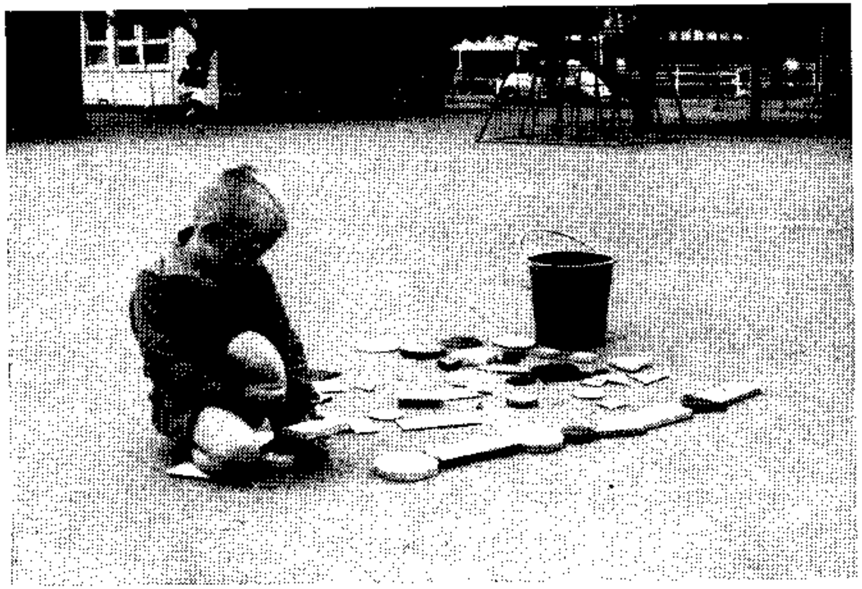
Une pièce qui est un carré est, naturellement, ou bien carrée ou bien jaune. Cela semble au premier abord un peu compliqué à comprendre pour des enfants mais peut-être que des pièces peuvent être sorties du panier et cachées et que l'on peut demander : « Est-elle un carré ou est-elle jaune? » Ils en conviendront volontiers.

1. G. Papy dessine des figures qu'il appelle « patates », elles sont sans doute très pratiques et à recommander (N.D.E).



On range les blocs : jeu du tableau

Diagramme de Venn à trois attributs



Entre deux blocs, il y a toujours deux différences

Alors, ils pourront regarder la pièce et voir si elle est carrée, ou jaune, ou les deux à la fois. Alors on insistera : « Est-ce vrai que la pièce que je tiens est carrée ou jaune ? » Ils diront, sans se faire prier, qu'il en est bien ainsi et, en fait, quand ils l'auront devant les yeux, ils vérifieront qu'elle possède l'un ou l'autre attribut, ou les deux à la fois.

Dans la seconde partie du jeu, on pourrait demander aux enfants de sortir du panier une pièce qui n'est pas jaune. Évidemment, toute pièce qui n'est pas jaune est obligatoirement un carré. Toutes les pièces non jaunes seront retirées et les enfants seront surpris de trouver qu'elles sont toutes carrées. Ainsi les pièces du panier ont l'attribut « si non jaune, alors carré » Celles-ci peuvent alors être remises dans le panier et on peut demander aux enfants de prendre les pièces qui ne sont pas carrées. Ils verront bientôt que toutes les pièces qui ne sont pas carrées sont jaunes. Ainsi, toutes les pièces qui sont dans le panier ont la propriété : « Si non-carré, alors jaune ». Ceci est encore une autre déduction que les enfants auront faite d'un énoncé « ou... ou », prolongeant ainsi les déductions rudimentaires faites quand ils jouaient au Jeu de Négation. Cela signifie que si une situation « ou... ou » est proposée, alors une situation d'implication peut en être déduite. La situation « ou... ou » ici, est que chaque chose qui est dans le panier est « ou un carré ou jaune ».

Les situations d'implication sont « si non-jaune, alors carré » « si non-carré, alors jaune ». Ces implications *sont déduites* de la situation « ou bien... ou bien ». Les implications elles-mêmes sont les propriétés des ensembles dans le panier et la déduction n'est pas elle-même une implication. Nous avons *déduit* une implication d'un attribut « ou... ou » C'est la première fois que sera faite une distinction entre une *déduction* et une *implication.*

Il sera intéressant de regarder les pièces qui ne sont pas dans le panier. Ces pièces sont, à la fois, non-jaunes **et** non-carrées parce que toutes les pièces jaunes aussi bien que toutes les pièces carrées ont été mises dans le panier ; celles qui ne sont pas dans le panier sont « non-jaunes **et** non-carrées ». Ainsi, l'ensemble qui a été laissé hors du panier est un ensemble « **et** ». Ces pièces qui ne sont pas dans le panier ont l'attribut « ou non-carré ou non-jaune » qui est le même attribut que « à la fois non-carré et non-jaune ». Nous avons de nouveau ici *déduit* un attribut d'un autre attribut. Cet attribut est la négation de l'attribut « ou... ou » et nous voyons que cette négation est un attribut « **et** » des négations des attributs constituants de l'attribut « ou... ou ». Le « non » d'un énoncé « ou... ou » est le « et » des négations des énoncés qui constituent le « ou... ou ; « ou Non-carré ou Non-jaune » est la même chose que « non-carré *ET* non-jaune ».

On peut maintenant compliquer un peu plus en construisant un ensemble « ou... ou » dans lequel il y a déjà des attributs de négation. Nous pourrions dire que nous désirons que quelqu'un mette dans le panier des pièces qui soient « ou bleues ou non-triangles ». Toute chose bleue peut aller dans le panier ou toute chose qui n'est pas triangle. Cela signifie que si nous enlevons du panier un triangle, il sera nécessairement bleu, et si nous enlevons une pièce qui n'est pas bleue, elle sera nécessairement un non-triangle. Ici encore nous avons déduit des implications à partir des attributs « ou... ou » et appris, de façon plus générale, à trouver notre chemin dans le calcul propositionnel.

9.2. *Version compétitive*

Le jeu ci-dessus peut être rendu compétitif de la même manière que les autres en demandant aux enfants de placer les pièces, l'une après l'autre, dans le panier. De nouveau, chaque joueur a le droit de critiquer le joueur précédent et de prétendre que telle pièce n'aurait pas dû être mise dans le panier.

Quand le panier a été correctement rempli, on peut décider que les enfants devront poser certaines questions ou donner certains ordres qui impliquent certains attributs qui n'étaient pas inclus dans l'ordre. Par exemple, à propos du panier qui contient des pièces qui sont « ou bleues ou non-triangles », est-il possible de formuler un ordre tel que « Retire du panier une pièce qui est telle et telle » de manière à être certain que celle qui va être sortie ait un certain autre attribut qui n'est pas inclus dans l'ordre? Il y a, évidemment, deux manières de faire ceci dans le cas d'un ensemble « ou... ou ». Dans le cas où toute pièce est « ou bleue ou non-triangle » si on demande un triangle, alors il sera bleu. Si on demande une pièce non-bleue, alors ce sera une pièce non-triangle. Si par contre on demande une pièce bleue, elle ne sera pas nécessairement un triangle, elle pourra être un non-triangle.

Il y a deux manières de demander à quelqu'un de retirer des pièces d'un ensemble « ou... ou » pour qu'il en résulte qu'un attribut non inclus dans la demande définisse les pièces retirées. Pour de tels ordres, nous pouvons choisir, à partir de deux attributs bleu et triangle et de leurs négations, parmi les quatre ordres qui peuvent en découler : 1) un bleu, 2) un non-bleu, 3) un triangle, 4) un non-triangle.

Deux de ces demandes réussiront et deux ne réussiront pas, c'est-à-dire deux d'entre elles impliqueront certains autres attributs et les deux autres non. C'est ainsi que la demande « Retirez un triangle » signifiera qu'on aura retiré un triangle qui sera nécessairement bleu, mais l'ordre, « Retirez un non-triangle » signifiera que l'on retirera, certes, un non-triangle, mais qui sera soit bleu soit non-bleu.

Les ordres qui donneront des points pourront être, par exemple ceux qui impliqueront inévitablement un certain attribut non-inclus dans la question [1]. Ceci aiguisera le raisonnement des enfants et permettra grâce aux manipulations qui accompagnent toujours ces

1. Ici l'ordre « Retirez un triangle » parce qu'il donnera un triangle nécessairement bleu : si triangle alors bleu.

exercices la formation de relations entre les attributs « ou... ou » et les attributs « si... alors ».

Pour rendre ce jeu plus difficile, il serait possible de commencer par un ensemble rouge *et* carré et de continuer avec le complément de cet ensemble qui est « ou non-rouge ou non-carré ». Dans ce dernier ensemble il y a ou bien des pièces non-rouges ou bien des pièces non-carrées. Nous pouvons demander, par exemple, « Retirez une pièce rouge », et alors, naturellement, ce serait une pièce non-carrée. Ou, nous pouvons aussi dire : « Retirez une pièce carrée », et, alors évidemment, ce sera aussi une pièce non-rouge.

Le jeu peut être rendu encore plus difficile en allant dans la direction inverse et en partant d'un ensemble « et » au lieu de partir de l'ensemble « ou... ou » lui-même. On se rappellera que tout ensemble « et » a un ensemble complémentaire « ou... ou » et tout ensemble « ou... ou » a un ensemble complémentaire « et ». Ces règles logiques sont habituellement appelées règles de De Morgan, d'après le mathématicien de ce nom. On pourrait jouer à des jeux dont le but serait l'apprentissage des relations de De Morgan.

Les jeux de « ou... ou » et de « si... alors » peuvent être pratiqués en se servant de situations définies verbalement. Quand les enfants ont suffisamment de pratique des blocs, ils deviennent capables d'appliquer les relations ainsi apprises à d'autres situations, On peut leur demander de penser à des situations « si... alors » qu'ils appliqueront eux-mêmes sans erreur.

Un enfant pourrait dire: « S'il pleut, notre garage est inondé ». Nous pouvons suggérer à l'enfant : le garage était inondé un matin, pouvons nous dire quelque chose concernant la pluie ce matin-là? Si l'enfant dit « oui, il a plu », il a besoin d'une pratique supplémentaire des situations concrètes « si... alors ». Par contre, s'il dit : « Le voisin avait arrosé le garage » ou quelque chose semblable, nous saurons qu'il a compris la non-inévitabilité des situations « si... alors ».

D'autre part, si nous suggérons que le garage n'était pas inondé, alors il ne peut pas avoir plu, parce que nous savons que s'il avait plu, alors le garage aurait été inondé.

Le développement plus poussé d'un tel raisonnement formel est laissé au stade suivant de l'éducation primaire.

9.3. *Ensemble COMPLÉMENTAIRE d'un ENSEMBLE « ou... ou »*

Prenons un ensemble « ou... ou », par exemple :

« ou rouge ou rond ».

Entreraient dans cet ensemble toutes les pièces qui sont rouges ainsi que toutes les pièces qui sont rondes. De cette manière l'attribut être « ou rouge ou rond » serait représenté physiquement par l'ensemble composé de ces objets. Demandons-nous maintenant quels objets sont dans l'ensemble complémentaire ? Ce sont les pièces qui ne sont ni rouges ni rondes. Ou, d'une autre façon, l'ensemble complémentaire contient les pièces qui sont « à la fois non-rouges, et non-rondes ».

On pourrait demander aux enfants de faire l'ensemble « ou rouge ou rond » et, alors, voir comment ils pourraient décrire l'ensemble des blocs qui ont été laissés à l'extérieur de l'ensemble « rouge ou rond ». On pourrait leur poser une question comme : « Que pouvons-nous dire concernant tout élément de l'ensemble des blocs qui ne sont pas dans l'ensemble « rouge ou rond » ? Les enfants découvriraient que tout élément de l'ensemble complémentaire n'est pas rouge. Ils découvriraient aussi que tout élément de l'ensemble complémentaire n'est pas rond. C'est pourquoi tout élément de l'ensemble complémentaire est « à la fois non-rouge et non-rond ».

D'autres ensembles « ou... ou » peuvent être réalisés et les ensembles complémentaires examinés. Le premier enfant qui peut énoncer ce que nous pouvons dire « à la fois » des éléments de l'ensemble complémentaire est le gagnant. C'est lui qui proposera un autre ensemble « ou... ou ». De cette façon, les enfants se rendront bien compte que l'ensemble complémentaire d'un ensemble « ou... ou » est un ensemble « et ». Quelques brillants élèves réussiront à trouver que les négations des propriétés définissant l'ensemble « ou... ou » doivent être transformées en ensemble « et » pour définir l'ensemble complémentaire.

Ceci est une des règles de De Morgan. S'il est clairement compris que la négation d'une négation est l'attribut d'origine, alors on ne rencontrera aucune difficulté avec les ensembles complémentaires des ensembles « ou... ou » tels que « ou jaune ou non-triangle », « ou non-bleu ou non-carré », etc.

9.4. *Ensemble COMPLÉMENTAIRE d'un ENSEMBLE « et »*

Considérons un ensemble « et », par exemple, « bleu et carré ». Quel est l'ensemble complémentaire de cet ensemble ?

Cet ensemble comprendra des blocs qui sont ou non-bleus ou non-carrés. On peut poser la question : « Quelle sorte de pièces y a-t-il dans l'ensemble complémentaire ? » Si l'enfant ne répond pas, on peut l'aider en demandant « toute pièce est... ? » en s'arrêtant net avant le petit mot « ou », mais en le suggérant, si c'est nécessaire. Ainsi il sera bien compris que la propriété possédée par l'ensemble complémentaire d'un ensemble « et » peut s'exprimer par les négations de « ou... ou » des propriétés déterminées de l'ensemble originel. En d'autres termes, dire « non-bleu *et* non-carré » est la même chose que de dire « *ou* non bleu *ou* non carré ».

L'exercice peut être transformé en jeu de la même manière que le précédent.

10. LES JEUX DES TRANSFORMATIONS

10.1. *Le jeu de reproduction ou copie*

Il se joue avec deux équipes qui se font face, chacune disposant d'une boîte complète de blocs logiques. On doit bien prendre soin de ne pas mélanger les deux ensembles de blocs et de vérifier qu'aucune pièce ne manque dans l'un et l'autre.

La première sorte de reproduction sera évidemment une forme de reproduction identique, ou autrement dit copie : une équipe fera une certaine sorte de construction, n'importe laquelle, avec les blocs, et l'autre équipe devra la reproduire exactement, c'est à dire, la copier.

Certains enfants de cinq ans et même de six ans trouvent cela vraiment très difficile. Il est prudent de limiter à 5 ou 6 le nombre de pièces de la première construction. Si un modèle est fait par une équipe, la copie exacte par l'équipe qui se trouve en face présentera quelque difficulté. Pour aider les enfants dans cet exercice, il faut qu'ils puissent se concentrer sur les relations spatiales entre les pièces. Il en résultera alors un apprentissage important. Dès que les enfants savent reproduire une construction avec précision, on peut compliquer l'exercice ; par exemple, on pourrait décider que la même construction doit être faite, mais chaque fois qu'une pièce bleue sera posée d'un côté, une pièce rouge (mais de la même forme, de la même grandeur et de la même épaisseur) devra être posée en face ; et, pareillement, si une pièce rouge a été posée d'un côté, alors une pièce bleue (mais de la même forme, de la même grandeur et de la même épaisseur) devra être posée de l'autre. D'autre part, à une pièce jaune qui est posée d'un côté devra correspondre une pièce jaune de l'autre. Ainsi la structure sera reproduite exactement à la différence des pièces bleues et des pièces rouges qui seront interverties. La reproduction pourrait, évidemment, être faite d'une manière différente, en choisissant une autre combinaison de couleur. Bientôt les enfants commenceront à penser à un changement de couleur cyclique, par exemple : chaque bleu d'un côté pourrait être remplacé de l'autre côté par la même pièce mais rouge, chaque rouge par la même pièce mais jaune et chaque jaune par la même pièce mais bleue, etc...

Il y a bien d'autres jeux de reproduction possibles, par exemple, chaque pièce grande d'un côté peut-être remplacée par une petite, chaque petite par une grande, ou chaque épaisse par une mince, chaque mince par une épaisse ou bien l'on peut faire à la fois deux de ces changements d'attributs en même temps, etc.

Le jeu peut-être compliqué autant que les enfants le désirent et peut devenir très compétitif. C'est une introduction importante à l'idée de *transformation* qui peut même conduire les enfants à la découverte de quelques-unes des propriétés des groupes mathématiques.

Si trois équipes jouent au jeu de reproduction, ce sera, dans ce cas, avec trois ensembles de blocs logiques. Alors A peut construire l'édifice, B peut le reproduire suivant une certaine règle, puis C peut reproduire B suivant une autre règle. On peut demander aux enfants quelle est la règle qui permet de reproduire A en C. Cet exercice les fera entrer dans le domaine de la théorie des transformations. Naturellement, les quatre formes peuvent être changées les unes en les autres, beaucoup de possibilités peuvent être essayées, par exemple les carrés peuvent être changés en triangles, et les ronds en rectangles ; quatre combinaisons cycliques peuvent aussi être essayées, etc...

10.2. *Développement du jeu de reproduction*

On voit clairement que le jeu de reproduction contient les germes d'une activité mathématique très avancée. L'idée de transformation, ou fonction qui crée une situation à partir d'une autre situation, est incluse dans ces jeux. En outre, la combinaison de telles transformations y est aussi incluse comme, par exemple, si le groupe A est reproduit en B d'une certaine manière, et B en C d'une autre manière, la question se pose de savoir comment le groupe A a été transformé en C. C'est la combinaison des deux reproductions.

Peut-être qu'à ce stade, au lieu du mot reproduction, nous pourrions commencer à employer le mot « transformation » ; pas encore avec les enfants, mais dans la description des jeux.

Prenons, par exemple, la transformation qui change le bleu en rouge et le rouge en bleu et laisse le jaune inchangé, et l'autre transformation qui reproduit tout exactement. Clairement, si nous continuons à faire l'une ou l'autre de ces transformations, et peut-être l'une d'entre elles plusieurs fois de suite, puis l'autre plusieurs fois de suite etc... nous aurons ainsi exécuté plusieurs fois une succession de transformations telles que le tout dernier édifice peut aussi bien être obtenu à partir du premier par encore une et une seule de ces transformations. En effet, la reproduction « copie » simplement, c'est-à-dire que les couleurs restent exactement les mêmes ; d'autre part, le changement bleu-rouge change simplement le bleu en rouge et le rouge en bleu, tout en laissant le jaune inchangé ; si bien que lorsque ce changement bleu-rouge aura été effectué deux fois nous serons revenus à la situation d'origine. Les enfants se rendront bien compte qu'une copie suivie par un changement bleu-rouge produira une transformation complète du bleu et du rouge ; et qu'un changement bleu ou rouge suivi par un autre changement bleu en rouge produira une transformation nouvelle qui équivaudra à copie ou, si l'on veut, une copie suivie par une double transformation sera, évidemment, équivalente à une simple copie. Il n'est, bien sûr, pas nécessaire de choisir un changement bleu en rouge en gardant le jaune inchangé. On peut choisir le changement rouge en jaune en laissant le bleu inchangé, le changement bleu en jaune en gardant le rouge inchangé. Il est clair qu'il n'y a que les trois manières décrites ci-dessus de faire les transformations de couleur.

10.3. *Jeux cycliques et inverses*

Il y a naturellement, des transformations cycliques, par exemple, le rouge peut-être transformé en bleu, le bleu en jaune, le jaune en rouge dans la transformation d'un édifice en un second édifice.

Si nous transformons alors ce second édifice en un troisième édifice par le changement, cette fois, de toute pièce rouge du second en pièce bleue dans le troisième comme de toute pièce bleue en pièce jaune et de toute pièce jaune en pièce rouge dans le troisième, quelle transformation avons-nous réalisée lorsque nous sommes passés du premier édifice au troisième ?

Il ne s'agit plus maintenant de « transformation-copie », autrement dit, le troisième édifice n'a pas, pour chacune de ses formes, les mêmes couleurs que le premier.

On peut constater, en effet, que les pièces jaunes du premier ont été changées en pièces bleues dans le troisième et, de même, les pièces bleues en pièces rouges et les pièces rouges en pièces jaunes dans le troisième.

La transformation de l'édifice 1 en édifice 3 est exactement l'opposée de la transformation de l'édifice 1 en édifice 2. Cela signifie que si nous appliquons à l'édifice 2 la transformation 1→3 qui permet de passer directement de l'édifice 1 à l'édifice 3, nous obtiendrons la copie de l'édifice 1.

En effet, dans la transformation 1 → 3, le rouge devient jaune, le bleu devient rouge, et le jaune devient bleu.

Si nous l'appliquons à l'édifice 2 cela donnera : le bleu deviendra rouge, le jaune bleu et le rouge jaune ; où l'on voit clairement qu'on est revenu à l'édifice 1 de départ[1].

Un couple de telles transformations qui lorsqu'on les applique l'une après l'autre produisent la « transformation-copie » sont appelées inverses l'une de l'autre. Les mathématiques abondent en inverses. La pratique des opérations inverses est la clé de la compréhension des relations entre les opérations telles que l'addition et la soustraction, la multiplication et la division, les puissances, les racines, les logarithmes etc... Si les enfants rencontrent des transformations et leurs inverses de bonne heure, ils auront moins de difficulté à maîtriser les situations plus difficiles concernant l'addition et la soustraction, la multiplication et la division. Ayant rencontré les inverses, ces situations seront plus aisément comprises, en effet, les relations entre les inverses et les transformations directes seront pour eux de vieilles amies.

1. *En résumé :*

édifice 1		édifice 2		édifice 3		retour à édifice 1 par transformation 1-3 appliquée à l'édifice 2
r	→	b	→	j	→	r
b	→	j	→	r	→	b
j	→	r	→	b	→	j

Naturellement, on peut obtenir des transformations similaires avec d'autres attributs. En fait, pour la simple reproduction ou copie et le changement complet, il est possible que l'épais et le mince, ou le grand et le petit soient plus faciles à manipuler, bien que, si ces attributs sont présentés en premier lieu, la voie vers la généralisation risque d'apparaître plus difficile. Aussi préconisons-nous de commencer par le changement de couleur les premières expériences de transformation qui seront suivies, si possible, par des changements de grandeur et d'épaisseur.

Dans le cas de l'épaisseur, on peut faire deux choses, soit copier exactement : c'est la transformation par reproduction ou copie, soit remplacer une pièce mince par la même pièce mais épaisse. Autrement dit, en passant de l'édifice A à l'édifice B les pièces épaisses deviennent minces et les minces deviennent épaisses, tous les autres attributs étant conservés.

Il n'est pas nécessaire de s'en tenir aux changements d'épaisseur. Pour de très jeunes enfants les changements de grandeur, peuvent être plus faciles à manipuler, car une différence de grandeur est plus aisément aperçue qu'une différence d'épaisseur. Dans le changement de grandeur les pièces grandes deviennent petites et les petites deviennent grandes. Quand les enfants ont joué avec le changement d'épaisseur comme avec celui de grandeur, il leur arrive d'avoir envie de changer deux attributs en même temps.

En ce cas, une pièce grande et épaisse est changée en pièce petite et mince, ou une pièce petite et épaisse en une grande mince etc... Si nous considérons l'épaisseur et la grandeur nous avons quatre transformations différentes :

C : copie ;
G : changement de Grandeur ;
E : changement d'Épaisseur ;
GE : changement de Grandeur et d'Épaisseur.

Il sera intéressant de voir à quel point les enfants sont capables de trouver les relations entre les transformations ci-dessus. Par exemple, si :

l'édifice A est transformé en édifice B par le changement de Grandeur
et l'édifice B est transformé en édifice C par le changement d'Épaisseur
puis l'édifice A est transformé en édifice C par le changement d'Épaisseur et de Grandeur,
ou si :
l'édifice A est transformé en édifice B par le changement de Grandeur
et l'édifice B est transformé en édifice C par le changement de Grandeur et d'Épaisseur
puis l'édifice A est transformé en édifice C par le changement d'Épaisseur

puisque la Grandeur de chaque pièce aura été changée deux fois, une fois de A en B et une seconde fois de B en C et que chaque pièce aura

retrouvé sa Grandeur d'origine, on constatera que le changement de A en C aura été seulement un changement d'Épaisseur.

On comprendra, après un certain temps que, si deux des transformations ci-dessus sont faites l'une après l'autre, la transformation équivalente composite, seule sera toujours l'une des quatre transformations indiquées.

On se rappellera que ces changements ont déjà été rencontrés dans la dernière forme du jeu de matrice en section 7. On verra que :

chgt	de Grandeur	suivi par chgt	de Grandeur	restaure la situation initiale
chgt	d'Épaisseur	suivi par chgt	d'Épaisseur	restaure la situation initiale
chgt	de Gr. et d'Ép.	suivi par chgt	de Gr. et d'Ép.	restaure la situation initiale

Il en résulte que toute transformation de ce genre si elle est répétée restaure la situation initiale. C'est pourquoi une telle succession d'opérations est l'équivalent d'une simple copie.

Ce sera aussi vérifié aisément pour les trois transformations : (G) (E) et (GE).

Si deux d'entre elles sont faites l'une après l'autre, le résultat sera équivalent à la troisième.

Formellement :

$$(GE)\,(G) = (E)\,,\ (G)\,(E) = (GE),\ (GE)\,(E) = (G)$$

aussi bien que

$$(G)\,(GE) = (E)\,,\ (E)\,(G) = (GE),\ (E)\,(GE) = (G)$$

La structure mise en lumière par l'ensemble de ces tranformations est connue sous le nom de groupe de Klein. Comme on le vérifiera facilement, la table complète de ces transformations est la suivante :

C. C=C	C. E =E	C. G=G	C. GE=GE
E. C=E	E. E=C	E. G=GE	E. GE=G
G. C=G	G. E=GE	G. G=C	G. GE=E
GE. C=GE	GE. E=G	GE. G=E	GE. GE=C

Fig. 6

On peut aussi jouer à des jeux similaires en changeant soit les couleurs, soit les formes, soit tout autre attribut. Par exemple, une transformation pourrait être celle du rouge et du bleu, le jaune restant inchangé. Ce pourrait être notre changement de couleur ; un changement de forme pourrait être celui dans lequel les carrés seraient transformés en triangles, ou bien les ronds en rectangles. Notre troisième transformation serait celle dans laquelle deux à la fois des changements ci-dessus seraient faits en même temps. Si nous introduisons aussi la simple copie comme une transformation, nous aurons un ensemble de transformations qui obéiront aux mêmes règles que celles indiquées figure 6 aussi longtemps que leurs relations auront été respectées. Au lieu de la grandeur et de l'épaisseur, nous avons simplement fait varier la couleur et la forme. Pour s'assurer que nous obtiendrons les mêmes règles, il faudra prendre quelques précautions. Il est nécessaire de prendre des transformations qui, faites deux fois, soient équivalentes à la transformation de reproduction (copie). Cette exigence est réalisée par notre nouvelle transformation de changement de couleur, de même que par celle du changement de forme. Il sera instructif de construire la table de ce nouvel ensemble de transformations et de vérifier que les deux tables sont identiques, à part les noms des changements.

10.5. *Étude plus poussée des jeux cycliques*

Considérons par exemple, la transformation cyclique suivante, se rapportant aux formes seulement

carré en triangle, triangle en rectangle
rectangle en rond, rond en carré } PREMIER CYCLE

et puis, le cycle de sens opposé :

carré en rond, rond en rectangle
rectangle en triangle, triangle en carré } SECOND CYCLE

Si nous appliquons le premier cycle puis le 2ème, nous restaurerons la situation initiale, car le second cycle défait tout ce qui a été fait par le premier. De même si nous appliquons le second cycle d'abord puis le premier cycle, nous restaurerons encore la situation initiale, car le premier cycle défait aussi tout ce qui a été fait par le second. Qu'arrive-t-il si nous appliquons le même cycle deux fois de suite? On vérifiera facilement que si nous appliquons deux fois de suite le même cycle, nous obtiendrons la tranformation :

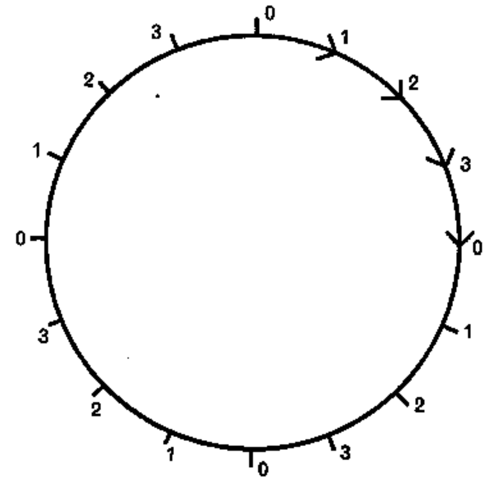
carré en rectangle, triangle en rond
rectangle en carré, rond en triangle } ÉCHANGE

On constate l'Échange des carrés pour des rectangles de même celui des triangles pour des ronds. De même avec le second cycle si nous l'appliquons deux fois de suite et également avec le cycle composé Échange Copie (E. C=E ou C. E=E). Avons-nous épuisé le jeu? Par exemple, aurons-nous besoin d'introduire une nouvelle transformation comme la composite du 1er cycle et de l'Échange? ou du 2ième cycle et de l'Échange? On verra en consultant la fig. 7 que le jeu est bien terminé. Si nous employons les abréviations suivantes :
C=Copie P=Premier cycle S=Second cycle E=Échange,
on vérifiera que les relations entre les transformations ci-dessus sont exprimées dans la table ci-dessous.

C. C=C	C. P=P	C. S=S	C. E=E
P. C=P	P. P=E	P. S=C	P. E=S
S. C=S	S. P=C	S. S=E	S. E=P
E. C=E	E. P=S	E. S=P	E. E=C

Fig. 7

Dans la mesure où les enfants pourront jouer à ce jeu, ils découvriront la propriété du zéro dans l'addition, de même que les « faits » d'addition entre les tout premiers nombres. On peut leur demander de faire un cercle de nombres comme indiqué dans la figure 8. Avec ce cercle on pourra jouer au jeu des nombres de la manière suivante : le point de départ est n'importe lequel des zéros; on fait ou bien aucun pas, ou bien un pas, deux pas, ou trois pas, dans le sens des flèches.



Le jeu « cyclique »
avec quatre nombres

Fig. 8

De la même façon, nous nous en tiendrons aux nombres 0, 1, 2, ou 3 respectivement. Supposons que nous ayons fait un pas et que nous soyons venus nous reposer au 1 qui suit le zéro de notre départ. Supposons que nous fassions un autre pas dans le sens des flèches. Nous atteindrons la position marquée par un 2. Nous pourrions dire que :

1+1=2. Ceci correspondra à P. P=E

Mais, supposons que nous partions de zéro et fassions trois pas. Ceci nous mènera au 3. Supposons que nous fassions maintenant 3 pas de plus, nous atteindrons un 2. Cela signifie que dans le « jeu des nombres » $3+3=2$, ce qui correspond à S. S=E dans le jeu des transformations. Ceci correspond au fait que dans le jeu de transformation, l'application successive de la même transformation cyclique deux fois de suite aboutit, dans chaque cas, à la transformation Échange (P.P=E et S. S=E) comme avec l'application de la composite (C. E=E). On verra peut être plus clairement la correspondance si l'on présente l'ensemble formel en regard de quelques applications, comme on le trouvera ci-dessous :

Copie : 0 ou aucun pas autour du cercle

Premier cycle : 1 ou 1 pas dans le sens des flèches
Échange : 2 ou 2 pas dans le sens des flèches
Second cycle : 3 ou 3 pas dans le sens des flèches
Premier cycle suivi par Premier cycle équivalent à Échange

$$1 \quad + \quad 1 \quad = \quad 2$$

ou Premier cycle suivi par Second cycle équivalent à Copie

$$1 \quad + \quad 3 \quad = \quad 0$$

ou Échange suivi par Premier cycle équivalent à Second cycle

$$2 \quad + \quad 1 \quad = \quad 3$$

etc.

Si la division par 4 a été étudiée avec les enfants on peut leur demander de classer les nombres en quatre classes.

La classe 0. A cette classe appartiennent les nombres qui lorsqu'on les divise par 4 laissent un reste égal à 0 c'est-à-dire les nombres divisibles par 4.
La classe 1. A cette classe appartiennent les nombres qui divisés par 4 laissent un reste égal à 1.
La classe 2. A cette classe appartiennent les nombres qui divisés par 4 laissent un reste égal à 2.
La classe 3. A cette classe appartiennent les nombres qui divisés par 4 laissent un reste égal à 3.

On voit par exemple qu'un nombre de la classe 1 additionné à un autre nombre de la classe 1 donnera un nombre de la classe 2. On peut exprimer ceci symboliquement en écrivant $1+1=2$. Un nombre de la classe 1 additionné à un nombre de la classe 3 donnera un nombre de la classe 0, etc... On voit que ce « jeu d'addition » est bien le même jeu que celui qui consiste à faire des pas autour du cercle des nombres et le même que celui des transformations dont nous avons déjà parlé.

On peut jouer à ce même jeu en faisant tourner les enfants autour du cercle. Par exemple, nous pouvons prendre un tour complet comme

règle du jeu c'est-à-dire qu'un enfant tourne à droite jusqu'à ce qu'il revienne où il était, soit qu'il tourne sur lui-même autour d'un axe vertical passant par l'enfant soit qu'il voyage tout le long de la circonférence. On peut aussi faire tourner l'enfant dans la direction des aiguilles d'une montre c'est-à-dire à droite, un quart de tour (un angle droit), ou bien dans le sens inverse des aiguilles d'une montre c'est-à-dire à gauche. Le quatrième mouvement serait un demi-tour; quelle que soit la direction dans laquelle il regarde au départ, après un demi-tour il regardera dans la direction opposée. Il y a donc quatre mouvements dans ce « jeu » : 1° le tour complet ; 2° le quart de tour à droite de l'enfant ; 3° le quart de tour à gauche de l'enfant ; 4° le demi-tour.

On voit que ces mouvements se combinent exactement de la même façon que dans le jeu avec 0, 1, 2, 3, le jeu de l'addition et le jeu de transformation à deux mouvements cycliques comportant un mouvement d'échange.

La transcription sera :

0 correspond à 1 tour complet,
1 correspond à 1/4 tour vers la droite de l'enfant,
2 correspond à 1/2 tour,
3 correspond à 1/4 tour vers la gauche de l'enfant.

On pourrait obtenir une transcription tout aussi claire en faisant correspondre le 1 avec le 1/4 de tour à gauche et le 3 avec le 1/4 de tour à droite.

Les correspondances avec le jeu des échanges seront :

Copie correspond à 1 tour complet,
Premier cycle correspond à 1/4 vers la droite de l'enfant
Échange correspond à 1/2 tour
Second cycle correspond à 1/4 tour vers la gauche de l'enfant.

La transcription serait également correcte si l'on faisait correspondre au Premier cycle le 1/4 de tour à gauche et au Second cycle le 1/4 de tour à droite.

Ce jeu conduit à l'étude des restes de la division d'un nombre par 4. De même les jeux avec changement d'Épaisseur et Copie, par exemple, conduisent aux restes de la division par 2, c'est-à-dire à l'étude des propriétés des nombres pairs et impairs. Un nombre pair divisé par 2 laisse un reste égal à zéro, un nombre impair divisé par 2 laisse un reste égal à 1. Ce sont les seuls restes possibles quand nous divisons un nombre naturel par 2. Les règles obtenues en combinant les opérations de changement d'Épaisseur et de Copie sont les mêmes que les règles de l'addition des nombres pairs et impairs.

Nous avons les correspondances :

Changement d'Épaisseur correspond à nombres impairs,
Copie correspond à nombres pairs.

Par exemple : changement d'Épaisseur suivi de Copie est équivalent à changement d'Épaisseur et un nombre impair plus un nombre pair donne un nombre impair. On peut vérifier que les correspondances sont valables dans tous les cas.

Plus tard les enfants rencontreront cette même structure quand ils commenceront à apprendre les nombres positifs et négatifs. La multiplication des nombres positifs et négatifs suit les mêmes règles que l'addition des nombres pairs et impairs ou la combinaison de transformations telles que la Copie et le Changement d'Épaisseur.

$+ . + = +$ correspond à Copie suivie de Copie qui donne Copie : C. C=C

$- . - = +$ correspond à changement d'Épaisseur suivi d'un autre changement d'Épaisseur qui équivaut à une Copie : E. E=C.

On vérifiera de nouveau que la correspondance tient dans tous les autres cas également.

Si les enfants sont encore assez jeunes pour apprécier la « magie », on peut leur dire que les transformations sont magiques quand elles sont exécutées par des baguettes magiques, pratiquement par des pancartes sur lesquelles on aura écrit, par exemple :

« Épais changé en mince »
« Mince changé en épais »

Le mot « COPIE » pourrait être écrit sur une autre plaque. Dans le cas des couleurs, elles pourraient être convenablement représentées par des tâches ou bien par les noms de ces couleurs, s'ils sont déjà familiers aux enfants. Des flèches peuvent être placées entre les couleurs dans les directions du changement indiqué par la « baguette » particulière. Les enfants inventeront sur le champ de nouvelles « baguettes », chacune indiquant des sortes de « magie » différentes et les problèmes qui résulteront des relations entre leurs nouvelles « baguettes » les conduiront à beaucoup de notions mathématiques très utiles.

11. *Les symboles logiques*

Dès que les enfants deviennent conscients des propriétés des relations logiques existant entre les attributs c'est-à-dire des conjonctions telles que « et », « ou », « non », etc. il est souhaitable d'introduire une certaine sorte de notation. Une des notations utilisées en plusieurs parties du monde est celle de Lukaszewicz, dont les symboles sont les suivants :

N est utilisé pour la négation c'est-à-dire pour le mot « Non » appliqué à un attribut.

K est utilisé pour la conjonction de deux attributs par le mot « ET » ; le K est placé devant les deux attributs auxquels il se réfère.

Par exemple, nous pourrions employer la lettre r pour rouge, c pour carré. Ainsi Kcr signifie « carré et rouge ».

La lettre K signifie l'application simultanée des attributs rouge et carré.

Nr signifie Non-rouge, Nc Non-carré, etc...

Il est possible de faire la négation d'attributs composés ; une négation telle que NKcr signifie alors « NON à la fois carré et rouge », elle s'appliquerait à tout objet qui n'est pas un carré rouge c'est-à-dire à un objet qui est ou bien non-carré ou bien non-rouge.

Nous avons besoin d'un symbole pour la relation « ou... ou », c'est habituellement la lettre A, A pour alternative.

Par exemple, ou rouge ou carré s'écrit Arc qui pourrait se référer à toute pièce dans un panier dans lequel ont été placées des pièces qui sont ou rouges ou carrées (ou les deux à la fois, évidemment). Si nous désirions exprimer « ou non-rouge ou non-carré » nous devrions écrire ANrNc. On doit préciser que le N se réfère seulement à l'attribut qui le suit immédiatement. Si la lettre N est placée devant un symbole K par exemple, elle s'applique alors à tout l'attribut composé comme à un attribut simple, par exemple, NKrc signifie la négation de l'attribut Krc, Krc étant l'attribut formé par les attributs rouge et carré.

On peut jouer à des jeux du genre de ceux à deux ou à trois attributs et les symboles pour les attributs définissant les pièces qui se trouvent dans les différentes régions peuvent être placées par les enfants eux-mêmes. Par exemple, si nous jouons avec deux cerceaux, l'un pour les pièces bleues, l'autre pour les pièces carrées, l'intersection sera K carré bleu (Kcb) et les autres parties à l'intérieur des cerceaux, mais en dehors de l'intersection seront K carré N bleu, (KcNb) K bleu N carré (KbNc).

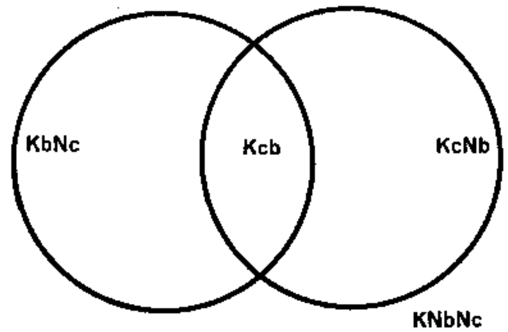


Fig. 9

Les pièces à l'extérieur des deux cerceaux auront les attributs. K N bleu N carré.

On comprend que, par exemple, KN bleu N carré peut aussi s'écrire KNcarré N bleu. Il y a différentes manières d'exprimer le même attribut.

Ceci conduit à des jeux que l'on peut jouer avec les symboles eux-mêmes. Il nous faut toutefois recommander de prendre soin de ceci : ce que les symboles représentent doit avoir été solidement établi par des expériences préalables faites par les enfants. Par exemple, un attribut peut être construit au moyen des symboles et puis l'on peut sortir l'ensemble de blocs correspondant. Ou bien un ensemble de blocs peut être sorti d'abord et l'attribut correspondant construit ensuite par les enfants avec les symboles. Ayant pratiqué ce jeu de façon à être sûr qu'un pont entre les symboles et la chose symbolisée a été établi, alors le jeu avec les symboles seuls devient possible. L'attribut symbolisant un certain ensemble de blocs peut être inscrit, puis l'ordre dans lequel les symboles ont été placé peut être modifié. Ceci peut avoir trois résultats :

- ou le symbole n'a pas de sens:
  Par exemple, le N peut avoir été écrit à la fin du symbole attribut. Il n'y a rien auquel cet N se réfère, puisque, d'après les règles, N se réfère à l'attribut symbole qui vient immédiatement après lui ;
- ou le symbole a un sens mais c'est l'attribut qui est différent, c'est-à-dire qu'il décrit un ensemble différent de blocs ;
- la troisième et dernière possibilité est que le symbole modifié peut être une autre manière d'exprimer le même attribut. Par exemple, « K rouge carré » exprime réellement le même attribut que K carré rouge. Si une pièce est rouge et carrée, elle est aussi carrée et rouge.

Il devient très intéressant, dans un arrangement à trois cerceaux, de demander aux enfants de remplir les espaces blancs avec les symboles appropriés, sans placer les pièces. Un autre jeu que l'on pourrait proposer serait le suivant : une certaine région de la surface d'un jeu à trois cerceaux contient des blocs et une carte est placée, face retournée, à cet endroit, le reste des enfants du groupe doit deviner ce qui est écrit sur la carte. Bien entendu, le symbole de l'ensemble placé dans cette région sera écrit sur la carte. Il n'y a pas qu'une seule solution au problème de trouver les symboles pour le reste des régions, même si les cerceaux doivent tous avoir des noms « positifs ». Par exemple : considérons l'arrangement suivant à trois cerceaux (fig. 11).

Suivant les symboles, la région marquée KKr Nc mince a été remplie avec les pièces rouges non carrées minces. La partie supérieure gauche du cerceau pourrait être rouge et la partie supérieure droite mince ou bien ronde, la partie inférieure étant carrée. Mais il y a d'autres possibilités, telles que la partie supérieure gauche étant rouge, la partie supérieure droite étant « Non carrée », la partie inférieure serait Non mince.

On pourrait jouer aussi avec 2 joueurs A et B, A remplissant une région et écrivant ses symboles sur une carte qu'il présente face retour-

Construction de villages

Diagrammes de Venn à trois attributs. Construction des intersections des ensembles des blocs minces, des blocs non-rouges et des blocs triangulaires

▲
« Faire correspondre les blocs selon la grandeur, l'épaisseur et la couleur »
(photographie de Jan Dalman)

◄
« Jeu de construction d'un village »
(photographie de Jan Dalman)

née, B continuerait et remplirait une autre région d'une façon qui pourrait être différente de celle de A tout en suivant de façon logique la manière dont A a rempli sa région. A remplirait alors une troisième région qui pourrait aboutir à une ré-interprétation des noms des cerceaux, etc.

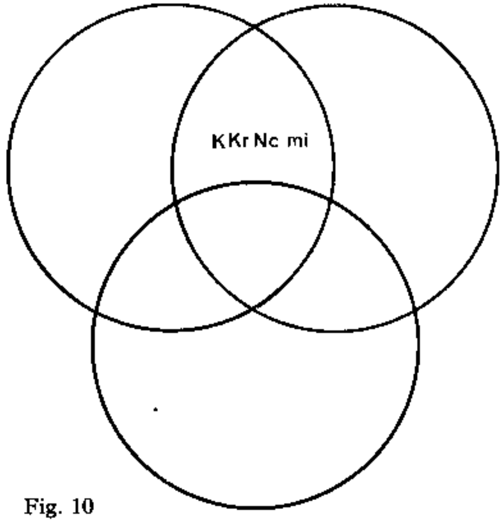


Fig. 10

Chaque fois qu'une région est remplie, le symbole correspondant est placé dans cette région (mais la carte toujours retournée). Des points peuvent être accordés pour les régions correctement remplies, les symboles bien formulés ou les contestations réussies. Dans ce dernier cas, il s'agit de la prétention d'un joueur qui affirme que l'autre a rempli une région d'une façon qui n'est pas en harmonie avec celles qui ont déjà été remplies.

Prenons l'exemple d'un jeu à deux cerceaux et supposons qu'un joueur A commence par remplir la région de gauche comme suit :

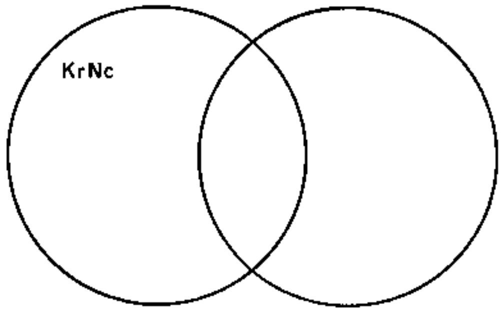


Fig. 11

Il y a, à ce moment, deux interprétations possibles :

(1) le cerceau de gauche est « rouge », le cerceau de droite est « carré » ;

(2) le cerceau de gauche est « Non carré », le cerceau de droite est « Non rouge ».

C'est pourquoi, dans notre exemple, il y a deux manières de remplir la région centrale commune

a) ou bien avec les carrés rouges – d'après l'interprétation (1) ;

b) ou bien avec les « non carrés non rouges » – d'après l'interprétation (2).

Quelle que soit l'interprétation choisie, il n'y a pas d'autre alternative pour le reste du jeu. Autrement dit, quand la seconde région a été remplie, il n'y a pas d'autres choix possibles aux joueurs pour le reste du jeu.

Si d'autre part, le second joueur remplit la partie commune avec KcNr, c'est-à-dire avec les carrés non-rouges, le premier joueur pourrait prétendre avec succès qu'il a tort. Il pourrait le prouver comme suit :

« Vous avez mis des pièces rouges et des pièces non-rouges dans le cerceau de gauche. Cela signifie que le cerceau de gauche ne peut avoir un nom se rapportant à « rouge ». Mais vous avez mis aussi des pièces carrées et des pièces non-carrées dans le cerceau de gauche. Cela signifie que le cerceau de gauche ne peut pas avoir un nom se rapportant à « carré ». Il n'y a que quatre noms possibles pour le cerceau : rouge, non-rouge, carré, non-carré. Le cerceau de gauche ne peut recevoir aucun de ces noms. Il ne peut pas avoir de nom. Vous avez fait une erreur. »

Pour apporter la preuve d'une contestation dans le cas d'un jeu avec trois cerceaux, il serait nécessaire d'établir qu'un cerceau particulier ne peut pas avoir de nom, chacun des six noms possibles ayant été rendu impossible par l'action du joueur précédent.

On remarquera que pour la conjonction de trois attributs avec « et », il est nécessaire d'utiliser deux symboles K ou deux symboles « ET ». Chaque K se réfère aux deux attributs symboles qui suivent immédiatement ce K. Par exemple, dans

KKr Nc mince, le premier K se réfère à Kr Nc et mince
le second K se réfère à r et Nc.

C'est pourquoi le même attribut pourrait être symbolisé par K mince Kr Nc ou K mince K Nc r ou KKNc r mince.

La même règle s'applique aux multiples symboles « ou... ou » c'est-à-dire aux symboles A.

D'autres symboles logiques d'usage courant sont

C pour « si... alors »
E pour « si et seulement si... alors ».

Par exemple, si nous remplissons un panier avec des pièces qui sont ou bien jaunes ou bien non-carrées, si nous retirons d'un tel panier un carré, il sera jaune. Ainsi, l'ensemble des pièces du panier possède l'attribut « si carré, alors jaune ». Ceci s'écrira symboliquement Ccj.

Si, seuls, les carrés jaunes et les non-carrés non-jaunes sont mis dans le panier, alors les quatre attributs suivants seront vrais pour l'ensemble du panier :

a) « Si jaune alors carré »
b) « si non-carré alors non-jaune »
c) « si carré alors jaune »
d) « si non-jaune alors non-carré »

Remarquons que ce qui suit sera également vrai :

« jaune ou non-carré et carré ou non-jaune ».

Ce que nous pouvons écrire symboliquement comme suit :

(a) Cjc, (b) CNcNj, (c) Ccj, (d) CNj Nc, (e) KAj Nc Ac Nj

Dans cette dernière formule le K (c'est-à-dire le « ET ») se réfère à deux attributs Aj Nc et Ac Nj. Le premier A (c'est-à-dire le premier « ou... ou » se réfère à j et à Nc, le second A se réfère à c et Nj.

La manière brève d'exprimer le fait que les attributs « si... alors » sont vrais dans tous les sens serait de dire que dans notre panier « l'attribut jaune est équivalent à l'attribut carré » que l'on écrira symboliquement : « Ejc ou Ecj ».

Nous avons vu, par exemple, que NK rc est équivalent à A Nr Nc, que nous pouvons exprimer par ENK rc A Nr Nc.

Il est conseillé de ne développer que très progressivement cette manière de notation logique. Il n'y aurait pas de raison d'entreprendre l'apprentissage des techniques de manipulations de ce système de symboles si l'on n'était pas d'abord bien conscient de ce que les symboles réprésentent.

Il y a, évidemment, d'autres systèmes de symboles utilisés en logique. Par exemple, il y en a qui utilisent « & » pour « et » et v pour « ou » et ¬ pour « NON ».

Par exemple « à la fois non-rouge et carré » s'écrirait dans les deux systèmes de la façon suivante :

¬ r & c, K Nr c

ou Non (à la fois rouge et carré) c'est-à-dire à la fois non-rouge et non-carré s'écrirait ainsi :

¬(r & c), NK rc

On voit que dans le premier système de symboles, les parenthèses sont nécessaires pour distinguer certains attributs d'autres attributs. Dans la notation de Lukasiewicz les parenthèses ne sont jamais nécessaires.

Les jeux logiques que nous avons présentés ne doivent pas être considérés comme épuisés. Il y a un grand nombre d'autres jeux possibles, avec ou sans les blocs logiques. D'autre part, il ne faut pas croire que ces jeux logiques sont présentés ici pour être proposés aux enfants dans une série d'exercices dogmatiques comme les séries sans fin de « sommes » monotones, heureusement maintenant passées de mode. Ceux qui sont responsables de la création de l'environnement mathématique des enfants, c'est-à-dire en dernier ressort les maîtres expérimentés, doivent finir par prendre la responsabilité de créer une ambiance telle pour les enfants confiés à leurs soins que le processus d'apprentissage des mathématiques continuera à avoir lieu d'une manière créatrice. Les suggestions que l'on a trouvées ici sont destinées à guider les maîtres dans l'établissement d'une « ambiance » mathématique où les problèmes mathématiques abondent et, où existe la possibilité, de trouver les solutions de ces problèmes en posant les questions pertinentes nécessaires. Les questions devraient, autant que possible, s'adresser à l'environnement [1] lui-même, de même que le savant interroge la nature. Le rôle du maître est de guider les enfants dans l'acquisition de l'habileté à poser ces sortes de questions de façon que les réponses paraissent jaillir de l'environnement. La façon de formuler un problème a une aussi grande importance dans l'apprentissage que celle de trouver les solutions des problèmes déjà formulés. C'est souvent parce que nous sommes incapables de formuler nos propres difficultés que nous sommes incapables de les résoudre.

Le premier chapitre du livre II sera consacré à l'étude des ensembles, et au pont qu'il faut établir entre l'étude des ensembles et celle des nombres. Naturellement la plus grande partie de ce qui sera décrit dans ce chapitre devra être étudié à la lumière de ce qui a été fait dans celui-ci, car l'étude des ensembles n'est qu'un autre aspect de l'étude de la logique.

1. Par environnement ou ambiance, il faut entendre l'ensemble des structures mathématiques que le matériel didactique, le laboratoire mathématique offre d'une façon concrète aux enfants (N.D.T.).

Deuxième Partie

JEUX LOGIQUES

Les jeux qui suivent proviennent de différentes sources mais principalement des travaux de William Hull, qui a été le premier à utiliser les blocs logiques comme aides à l'apprentissage de la Logique. Des travaux analogues ont été entrepris sous notre direction à l'École Maternelle de Cowandilla, en Australie, et nous tenons à rendre ici témoignage de notre gratitude aux maîtresses de cette école, et spécialement à Mrs. D. M. Vinck et à Miss J. Hartnett, pour quelques-unes des idées qui suivent. Un certain nombre de ces jeux ont été décrits ci-dessus, mais il est indispensable de les reproduire ici à nouveau, pour la commodité des maîtres.

1. JEUX AVEC LES BLOCS LOGIQUES : JEUX PRÉALABLES

Parmi les premiers jeux décrits dans chaque chapitre de notre 2e partie, on en trouvera un certain nombre que, faute de mieux, nous avons appelés « jeux conceptuels »: il faut y jouer avant d'introduire les blocs logiques. Nous voulons parler de jeux imaginés pour découvrir quelle est l'étendue de l'expérience antérieure d'un enfant et l'étendue du développement de ses concepts, de jeux destinés à renforcer ces concepts fondamentaux, de jeux destinés à introduire et à consolider les notions de couleurs, et ainsi de suite. Que les maîtres veuillent bien commencer par s'y reporter et introduire autant de jeux de ce type que possible avant d'aborder les jeux qui les suivent.

Il faut aussi, avant d'introduire les blocs, jouer aux deux premiers jeux du chapitre consacré aux ensembles et aux nombres [1]. Les enfants en tireront une certaine compréhension de l'« univers » (ce dont nous parlons ou ce que nous prenons en considération aujourd'hui) et de l'« ensemble » (« collection » de choses faisant partie de l'univers).

Ainsi, nos enfants, avant de voir l'univers des blocs logiques, auront été initiés (s'il ne s'agit pas d'un simple rappel) aux concepts de « rond », « grand », « petit », et ainsi de suite, aux concepts de « près de », « voisin de », « dans », etc. ainsi qu'à un certain nombre de formes et de couleurs (y compris celles que nous allons utiliser) et aux noms

1. Voir Vol. II, Deuxième Partie : Jeux.

de la plupart d'entre elles. Ils auront également eu une petite expérience de plusieurs univers, tels que les enfants de la classe, le mobilier, le matériel à écrire, et ainsi de suite, et d'ensembles choisis à l'intérieur de ces univers, comme l'ensemble des garçons, l'ensemble des filles, l'ensemble des enfants porteurs de chaussures noires, etc. Ils auront eu des expériences avec des matériels concrets – ensembles de perles, de boutons, de jouets et autres objets de la vie quotidienne. Tant que ces expériences se poursuivront, les maîtres n'auront pas besoin de se presser pour introduire les blocs logiques, mais il ne faudrait pas, non plus, retarder indûment cette introduction.

1.1. *Introduction des blocs logiques*

Il faut jouer au jeu suivant sans montrer aux enfants les blocs, la boîte, ouverte sera posée sur une table à une certaine distance des enfants afin qu'ils ne puissent pas voir ce qu'il y a dedans. On leur demande de deviner le contenu de la boîte. Il faut les laisser deviner, mais sans y passer trop de temps, et en leur « soufflant » un peu au besoin.

La maîtresse sort d'abord un bloc de la boîte et le montre aux enfants en disant : « Voici un bloc. Comment est-il ? » Étant donné que les blocs ont quatre attributs, on peut accepter n'importe lequel comme réponse. Par exemple, si la maîtresse a tiré un bloc « grand, épais, bleu et carré », certains enfants diront : « C'est un bloc bleu », ou « Il est bleu », d'autres « c'est un bloc carré », et ainsi de suite : peu importe, du moment que la réponse est fondée.

Une fois deviné qu'il s'agit de blocs et une réponse valable obtenue, la maîtresse demande : « Pouvez-vous deviner quelles autres sortes de blocs il y a dans la boîte ? » Supposons qu'un enfant devine « Un bloc rouge », ce qui est exact, puisqu'il y en a beaucoup de rouges dans la boîte. La maîtresse va alors tirer un bloc rouge, mais en profitera pour que ce soit, par exemple, un rond rouge, suggérant ainsi aux enfants qu'il peut y avoir des ronds dans la boîte. Un enfant pourrait alors deviner « un bloc rond » et, là encore, la maîtresse en profiterait pour tirer un rond jaune afin de faire penser aux enfants qu'il y a des blocs jaunes dans la boîte, et ainsi de suite.

S'il se produit une pause, si aucun enfant ne devine plus rien, la maîtresse peut demander : « Eh bien, et ça, qu'est-ce que c'est comme bloc ? », en en tirant un autre pour relancer le jeu, mais, en fait, l'expérience nous a montré que c'est rarement nécessaire, car la classe devine généralement les noms de tous les blocs de la boîte, sans beaucoup de « coups de pouce ». Si la maîtresse prononce un mot d'encouragement lorsqu'un enfant emploie plus d'un mot pour deviner le bloc suivant, la tendance prendra forme à mesure de la progression du jeu, mais il ne faut pas trop y compter à ce stade. Un seul attribut suffit.

On peut recommencer le jeu un ou deux jours plus tard, afin de familiariser encore une fois les enfants avec les blocs, et pour permettre

aux enfants les plus lents de participer davantage. Cette fois, ce sera beaucoup plus rapide. Il peut se révéler nécessaire de jouer encore une fois, mais seulement avec les enfants les plus lents.

1.2. *Jeu libre avec les blocs*

L'idéal serait que chaque enfant ait son jeu complet de blocs, mais, dans une classe courante, il suffira généralement d'un jeu pour quatre. (Si vous n'avez pas assez de blocs, vous pouvez occuper d'autres enfants à autre chose.)

On peut ensuite dire aux enfants : « Sortez toutes les pièces et voyez ce que vous pouvez faire avec elles ? » ou encore : « Quels genres de choses différentes pouvez-vous faire avec elles ? » ou : « Quels modèles différents pouvez-vous faire avec elles ? » ou encore « Croyez-vous que vous pourriez faire un modèle secret ou une construction secrète que personne n'aurait jamais faits auparavant ? »

La maîtresse doit encourager, mais non diriger, louer toutes les fois que c'est possible, et même aider un peu en cas de besoin. Si un enfant est un peu lent à voir ce qu'on peut faire, on peut lui adjoindre un partenaire, mais sans montrer de manière trop évidente qu'on l'aide.

Il faut laisser chaque enfant, individuellement, continuer dans ce sens jusqu'à ce qu'il s'en fatigue et qu'il réclame autre chose, et on peut s'arranger pour orienter vers une autre activité, par une suggestion, ceux qui se fatiguent vite.

A mesure que les enfants isolés ou les groupes d'enfants deviennent experts en construction, la maîtresse commence à faire des suggestions. Elle demande, par exemple : « Peux-tu faire quelque chose comme ça, mais avec un toit plat ? » ou « Crois-tu que ce serait plus joli s'il y avait davantage de pièces bleues dedans ? », et ainsi de suite.

1.3. *Découverte des attributs*

Les quelques jeux qui suivent ont été conçus pour aider les enfants à identifier les divers blocs. A ce stade, on choisit un seul attribut à la fois.

Commençons par construire avec un seul attribut pour faire la discrimination. On dit à l'enfant de choisir une forme, puis de sortir toutes les pièces ayant cette forme, sans distinctions de taille ou de couleur. (On s'apercevra que peu d'enfants se préoccupent de l'épaisseur à cet âge). Cela veut dire que comme il y a quatre formes, quatre enfants auront chacun un tas différent, formé à partir de l'ensemble de base. Chaque enfant essaie maintenant de construire quelque chose, en se servant des blocs qu'il a devant lui.

Une fois les constructions achevées, ce qui ne demandera que quelques minutes, on va jouer à « cache-cache ». Un des jeunes bâtisseurs tourne le dos, un autre enfant lui ôte une pièce de sa construction et la cache. Le constructeur fait face de nouveau et tente de deviner quelle est la pièce qu'on lui a prise. Si on lui a pris « un grand, mince ,bleu et carré » et qu'il répondra « un bleu carré, on tiendra la réponse pour bonne, mais s'il répond « un carré », cela ne suffit pas, puisque toutes ses pièces sont carrées. On poursuivra ce jeu jusqu'à ce que chaque enfant ait eu trois fois l'occasion de deviner la pièce manquante.

Changeons maintenant de formes. Le plus simple, c'est de faire changer les enfants de place sans déplacer les pièces. On recommence à bâtir, mais en veillant à ce que chaque enfant ne « copie » pas ce qui avait été construit avec ces pièces la fois précédente. Puis on joue de nouveau à cacher les pièces.

On poursuivra ces jeux jusqu'à ce que chaque enfant ait eu affaire aux quatre formes, et il y faut plus d'une leçon.

On peut, si on veut, créer un esprit de compétition en donnant à chaque enfant un certain nombre de jetons. Chaque fois qu'il devine correctement la pièce qu'on lui avait prise, il met un jeton devant lui. S'il réussit à « trouver un meilleur nom » pour une pièce cachée, il aura un point de plus. Par exemple, « un carré rouge » lui vaudra un point, mais « un grand carré rouge » lui vaudra deux points. On compte « une partie » chaque fois que les enfants changent de place. En général, il est facile aux enfants de voir qui est le gagnant, mais en cas de contestation, c'est la maîtresse qui départagera, puisqu'il s'agit en principe d'enfants qui ne savent pas encore compter.

On peut maintenant recommencer les mêmes jeux en répartissant les pièces par couleurs, de sorte qu'il ne faudra plus que trois enfants pour se partager un ensemble de base. Chaque enfant prend toutes les pièces d'une même couleur et fait ses constructions. Après quoi, on joue à cacher une pièce.

De même, on peut passer à l'attribut « grandeur » ; dans ce cas, il nous est apparu qu'il valait mieux procéder par équipes de deux enfants. Une équipe de deux prend toutes les grandes pièces et construit en coopération. Une fois les pièces cachées, les deux enfants tournent le dos et doivent deviner chacun à leur tour la pièce cachée.

De même on peut introduire l'attribut « épaisseur », et, encore, jouer par paires.

L'objet principal de ces jeux est de familiariser les enfants avec les blocs et d'attirer leur attention sur leurs divers attributs (voir fig. 12)

1.4. *Définition par un seul attribut*

« Le saute-flaques ».

Voici un jeu qui sera joué par toute la classe, ou par un groupe d'enfants, mais, comme certains autres jeux, on pourra le varier pour l'adapter à un enfant isolé. On dit à un enfant de « porter un paquet à grand-maman » qui habite à l'autre bout de la ville, mais il a plu et il y a des flaques d'eau sur le chemin ; il faut les sauter. On prend quelques autres enfants, qui sont chargés de décider quelles flaques il y

aura et où elles seront placées. On aura ainsi une « flaque rouge », « flaque ronde », et ainsi de suite, et les enfants posent sur le sol une, et une seule, pièce ayant l'attribut correspondant à la flaque. Le petit

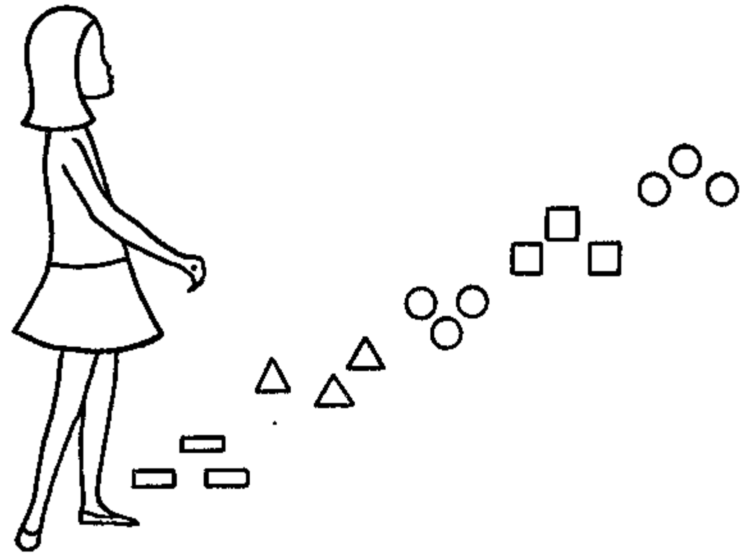


Fig. 12 « Le saute-flaques »

messager prend le paquet, arrive à la première flaque, la nomme « la flaque rouge », la saute, atteint la seconde, la nomme « la flaque ronde », la saute, et ainsi de suite jusqu'à la remise du paquet à grand-maman.

On donne alors un autre paquet à un autre messager et on choisit un autre groupe d'enfants, dont chacun ajoute une pièce à une flaque, une pièce rouge à la flaque rouge, une pièce ronde à la flaque ronde et ainsi de suite. Le second messager prend le paquet, arrivé à la première flaque, il la nomme, la saute, continue et, au bout du chemin, remet le paquet.

Chaque nouveau messager ajoute une pièce à chaque flaque, et le jeu continue.

Quand on recommencera le jeu à une autre séance, la maîtresse encouragera la formation d'autres types de flaques, en introduisant d'autres attributs, particulièrement ceux de grandeur et d'épaisseur. Si certains enfants éprouvent quelque difficulté à voir ces attributs, on leur adjoindra un partenaire, ce qui les aidera à nommer les pièces.

1.5. *Définition par un seul attribut*

La devinette à musique.

On répartit les enfants en quatre groupes, un groupe par attribut, c'est-à-dire un pour la grandeur, un pour l'épaisseur, un pour les couleurs et un pour les formes. La maîtresse demande de mettre environ une dizaine de blocs à terre dans un cerceau. Cette partie du jeu peut d'ailleurs servir à choisir les cerceaux d'après un certain attribut.

Tandis que la maîtresse joue rapidement quelques mesures d'un petit air, un enfant préalablement choisi ajoute un autre bloc quelconque dans le cerceau et retourne à sa place avant que la maîtresse puisse l'attraper. Quand cet enfant choisit son bloc, il faut que tous les autres enfants le voient bien.

Il faut maintenant que la maîtresse devine quel est le bloc qui a été ajouté. Aussi demande-t-elle à l'un des enfants d'un groupe « Quelle couleur ? », à un enfant d'un groupe suivant : « Quelle forme ? », et ainsi de suite, jusqu'à ce qu'elle ait réussi à deviner le bloc, fig. 13.

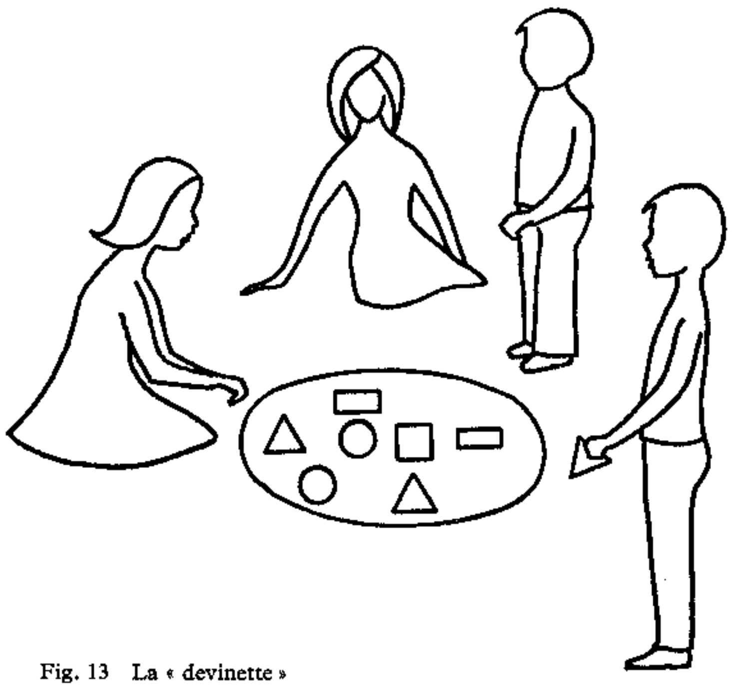


Fig. 13 La « devinette »

Quand la maîtresse a trouvé le bloc, on le laisse dans le cerceau et le jeu recommence avec un autre enfant qui choisit son bloc.

1.6. *Définition par un seul attribut*

On joue aux détectives.

On dispose quatre cerceaux [1] sur le sol et quelques blocs de chaque forme dans chaque cerceau, à mesure que la maîtresse les nomme. Par exemple, la maîtresse dit : « un grand triangle bleu » et les enfants le mettent dans le « cerceau des triangles », et ainsi de suite. Tous les carrés vont dans un même cerceau, tous les ronds dans un autre, tous les triangles dans un autre, tous les rectangles dans un autre.

La maîtresse choisit un groupe d'environ six blocs différents et dit : « Et maintenant, je vais essayer de les mettre dans le cerceau qu'il faut, et si je me trompe, vous taperez un coup dans vos mains pour me dire que je me trompe. »

Elle dispose quelques blocs dans le cerceau convenable, et personne ne bouge, puis elle se trompe, et quelqu'un tape dans ses mains ; alors elle demande à l'un des enfants de voir ce qui ne va pas et de lui dire pourquoi. Par exemple, l'enfant dira : « C'est un triangle, et tu l'as mis avec les carrés. » Parfois, les enfants n'arriveront pas bien à expliquer pourquoi il y a une erreur, et il faudra les aider de quelques questions.

On peut alors demander à un enfant de prendre la place de la maîtresse. Quelle joie de se tromper exprès et de voir si on peut passer inaperçu ! Mais les petits camarades veillent, et les « signaux » fusent.

1.7. *Attributs conjoints*

On divise le groupe ou la classe en quatre équipes, et chacune prend une, et une seule, forme de blocs : tous les carrés pour une équipe, tous les triangles pour une autre, tous les ronds pour une troisième, enfin tous les rectangles pour la dernière.

On dit ensuite à chaque équipe de faire deux tas avec ses blocs, le tas des grands et le tas des petits.

Une fois ces opérations terminées, on fait mettre toutes les grandes pièces en un seul tas par toute la classe, et toutes les petites en un autre tas, mais cette opération doit être exécutée par les enfants un à un, chacun, à son tour, prenant une pièce et la nommant au moment de la mettre sur le tas. Par exemple, le premier enfant prend une pièce et dit « un petit carré », le suivant « un grand rectangle » et ainsi de suite. Les attributs conjoints utilisés dans ce cas sont la forme et la taille.

Puis on divise de nouveau les tas entre les quatre équipes, en prenant à nouveau la taille comme attribut. Après quoi, chaque équipe est invitée à faire de ses pièces deux parts, mais cette fois d'après l'épaisseur : les épais, les minces. Une fois l'opération achevée, on met toutes

1. Il n'est pas nécessaire de disposer de cerceaux, on peut dessiner des courbes fermées sur du papier d'emballage que l'on posera soit par terre, soit sur les tables (N.D.T.).

les pièces épaisses en un tas, toutes les minces en un autre, et, là encore, il faut nommer chaque pièce au moment de la mettre sur un tas. Dans ce cas, le premier enfant dira : « un carré mince », le second « un carré épais », et ainsi de suite. Les attributs conjoints, dans ce cas, sont la forme et l'épaisseur.

Pour le jeu suivant, les enfants vont commencer par répartir les blocs suivant leur forme, puis chaque équipe fera une sous-répartition d'après la couleur, ce qui donne trois tas par équipe: bleu, rouge, jaune. La maîtresse demande ensuite aux enfants de mettre toutes les pièces rouges « là ». Une fois encore, au moment de mettre un bloc, chaque enfant doit le nommer « un triangle bleu » « un cercle jaune », et ainsi de suite. Ici, les attributs conjoints sont la couleur et la forme.

La maîtresse recourra ainsi à diverses combinaisons de deux attributs, jusqu'à ce que les enfants aient appris à se servir de deux attributs pour décrire chaque pièce.

1.8. *Attributs conjoints – Le pot-au-feu*

Dans ce jeu, un cerceau représente la marmite, et les blocs sont les légumes. La maîtresse dit : « Ah, je vais faire un pot-au-feu ! Il me faudrait d'abord un grand navet jaune. Qui est-ce qui me donne un grand navet jaune ? » Un enfant trouve un grand bloc jaune et le passe à la maîtresse, qui le met dans la « marmite ». Elle remue, goûte, fait la grimace et dit : « Mm ! Il va falloir mettre autre chose. Voulez-vous me passer une petite carotte rouge ? » Un enfant lui tend un petit bloc rouge, qui tombe dans la marmite, mais le résultat est encore le même, car il manque des oignons. « Passez-moi quelques petits oignons bleus ! » et puis « Un grand poireau bien jaune », et ainsi de suite. Et chaque fois, la maîtresse ajoute un bloc, remue, goûte... et fait la grimace, ce qui est très important ! On s'amuse bien ! Enfin, vient le moment où le pot-au-feu est juste à point, et le jeu s'arrête.

1.9. *On augmente le nombre des attributs*

Il faut seize enfants pour jouer ce jeu. On vide la boîte des blocs logiques sur le sol et quatre enfants répartissent les pièces selon les formes, un enfant prenant les carrés, un autre les ronds, et ainsi de suite. Cette opération achevée, on dit à deux enfants de chaque groupe de diviser chaque tas en deux parts : « les grands » et « les petits » : on a ainsi huit tas en tout. Puis, deux enfants sont chargés de diviser chaque tas en deux nouveaux sous-tas, les « épais » et les « minces ». Il y a maintenant seize tas, un par enfant, de trois blocs chacun.

La maîtresse demande alors aux enfants comment on pourrait appeler chaque bloc. On reconnaît que chaque bloc a quatre « noms ». et on décide que, dans ce jeu, il faudra leur donner à chacun au moins trois noms. Chaque enfant joue alors une pièce à son tour, en la mettant sur un grand tas central, et la nomme au passage, en disant « un grand

bloc rouge mince » ou « un petit bloc carré mince » et ainsi de suite. Si un enfant donne plus de trois attributs, on le laisse faire, bien entendu.

A mesure qu'ils s'habitueront à ce genre de jeu, les enfants vont répartir les blocs en utilisant les attributs dans un ordre différent, et quand ils en seront à les nommer, on leur dira, par exemple : « Tous les noms, sauf les couleurs ou tous les noms, sauf la forme. »

On peut faire de ce jeu un concours, en permettant à chaque enfant qui a réussi de prendre un jeton au passage. Le gagnant est celui qui a le plus de jetons à la fin de la partie.

1.10. *Attributs conjoints*

Qu'est-ce qu'il y a dans le sac ?

Avant de commencer ce jeu, on demande aux enfants de décider de l'ordre dans lequel les attributs seront énoncés – de préférence grandeur, épaisseur, couleur et forme –, cette idée d'ordre s'étant ébauchée au cours du jeu précédent. L'un des enfants dirige le jeu. Il a la boîte de blocs à côté de lui, mais les autres n'en voient pas le contenu. Il a également un sac qui ferme, ou un chiffon assez grand pour contenir le plus grand bloc. Il met un bloc quelconque dans le sac, ou l'enveloppe dans le chiffon, et le passe à un camarade, qui doit, en palpant, deviner quelques attributs. Naturellement, on peut découvrir la forme, la taille, l'épaisseur ; quant à la couleur, il faut la deviner tout au moins au début de la partie (voir fig. 14).

Fig. 14

L'enfant-pilote passe le sac à un camarade et lui demande : « Qu'est-ce que tu peux me dire de ce bloc ? » Et l'autre répond, par exemple : « Je crois que c'est un bloc grand, mince, rouge, rond. » (A ce stade, « rouge » est une devinette pure et simple). Pour chaque attribut correctement énoncé, l'enfant a le droit de prendre un jeton dans une boîte. Quand une pièce a été jouée, on la pose au milieu de la table, afin que tous les joueurs puissent la voir. A mesure que le jeu se poursuit, cela peut les aider à deviner correctement la couleur. Si, par exemple, le joueur sent qu'il s'agit d'un bloc grand, épais, triangle, et qu'il voit sur la table un ou deux triangles grands et épais, il aura plus de chances de deviner correctement la couleur de celui qui est dans le sac.

1.11. *Blocs avec certains attributs*

Voici un jeu très simple. On vide tous les blocs par terre, dans n'importe quel ordre et n'importe où, du moment que tous les joueurs peuvent les voir. Un des joueurs demande : « Qui est-ce qui me donne un petit bloc mince bleu rectangle ? » et le joueur qui l'a trouvé le pose à un endroit déterminé, prend un jeton et demande la pièce suivante. Le jeu continue ainsi jusqu'à ce que toutes les pièces aient été trouvées.

On remet alors les blocs sur le sol et le premier joueur demande : « Combien de triangles en tout ? » Une fois la réponse donnée, on vérifie en rassemblant tous les triangles et en comptant. Le joueur qui a fourni la bonne réponse pourra demander, par exemple : « Combien y a-t-il de ronds rouges ? », et les mêmes opérations se déroulent. La question suivante pourra être : « Combien de petits blocs y a-t-il ? » Dans chaque cas, une fois les vérifications faites, on remet tout par terre.

Ce genre de « devinettes » contribue à l'acquisition par les enfants d'une expérience des blocs et leur apprend à les désigner par leurs attributs. A ce stade, c'est peut-être le premier jeu qui est le plus important.

1.12. *Jeu du Tableau. « On range les blocs »*

Nous avons décrit ce jeu dans la Ire partie de ce livre. On voudra bien se reporter à cette description. On dispose toutes les pièces de l'univers sur une table ou sur le sol, et la maîtresse demande aux enfants: « Voulez-vous les ranger, pour qu'on les retrouve facilement et vite ? » En général les enfants commencent alors à « trier » les blocs, en mettant ensemble tous ceux qui ont la même forme, puis en les disposant selon un certain ordre. Si ce n'est pas suffisant, il faudra peut-être leur donner quelques précisions, par exemple : « Si on mettait tous les grands par ici, et tous les petits là, en commençant par les carrés, puis par les ronds, les rectangles et les triangles ». Ce sera plus

facile si, d'avance, on a tracé à la craie, sur la table ou sur le sol, des cases disposées en grille. Une fois le rangement bien terminé, on s'aperçoit que les blocs ont été disposés en colonnes et en rangées, et que, si on suit une certaine rangée, on va trouver tous les rouges, ou tous les carrés, et ainsi de suite.

Mise en ordre du jeu

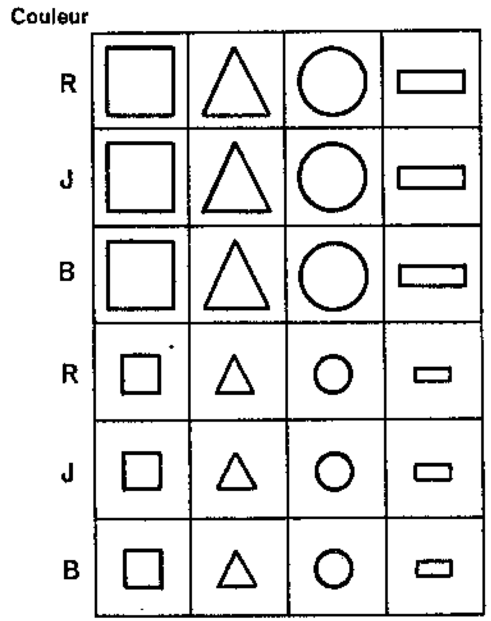


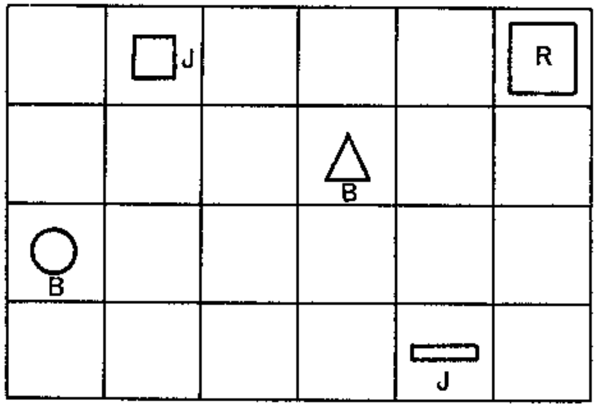
Table des blocs épais.

Fig. 15

Il se peut que de tout jeunes enfants trouvent difficile de ranger 48 pièces du premier coup ; aussi nous sommes-nous souvent contentés de douze pour commencer, en nous limitant à la forme et à la couleur. Ainsi peut-on donner à un enfant tous les grands minces, à un autre tous les grands épais, à un autre tous les petits minces, à un autre tous les petits épais. Dans ce cas, le rangement est facile, puisque chaque enfant n'aura à faire que trois « colonnes » par couleurs et quatre « rangées » par forme. Ainsi, dans notre colonne rouge nous aurons, en dessous les uns des autres et dans l'ordre, un carré, un rectangle, un rond, un triangle. Comme il n'y en a qu'un de chaque sorte, ce sera facile. Si, maintenant, on regarde la rangée des carrés, on a un carré rouge, un carré jaune, un carré bleu, et ainsi de suite.

Si on procède par étapes, la seconde consistera à ne diviser l'univers qu'en deux parties, avec toutes les grandes pièces à un premier groupe d'enfants et toutes les petites à un second. En se référant au premier modèle, ils verront qu'il leur faut maintenant décider où mettre les pièces épaisses et où les minces. Faut-il garder le même cadre, et en mettre un second à côté, ou faut-il alterner les rangées? Par exemple, si on lit dans le sens horizontal la « rangée des rouges », faut-il y mettre un carré épais rouge, puis un rectangle épais rouge, puis un rond épais rouge, puis un triangle épais rouge, puis un carré mince rouge, puis un rectangle mince rouge, puis un rond mince rouge, puis un triangle mince rouge, ou faut-il mettre à côté l'un de l'autre les deux carrés, le mince et l'épais, puis les deux rectangles, et ainsi de suite? Cependant, du moment que les enfants s'arrangent pour disposer les blocs « en tableau » et que chaque pièce peut être repérée facilement, peu importe la méthode qu'ils choisiront.

Cela fait, toutes les pièces se trouveront disposées selon un même schéma, la disposition des petites pièces provenant d'un groupe étant incorporée dans celle des grandes provenant d'un autre groupe. Cependant, il ne faut pas limiter les enfants à un seul jeu avec ce genre de disposition. On essaiera des dispositions différentes.



N'utilisez que des pièces minces ou épaisses

Fig. 16

1.13. *Constructions de tableaux (suite).*

On complète le tableau.

Pour commencer ce jeu, la maîtresse met quatre ou cinq pièces en position dans la « grille ». Admettons que la maîtresse décide d'adopter une disposition inverse de celle du jeu précédent, en consacrant les

« rangées » (horizontalement) aux formes et les « colonnes » (verticalement) aux couleurs. Si la maîtresse pose le carré bleu et le rectangle bleu, le triangle rouge, le cercle jaune et le carré jaune, les enfants auront assez d'indications pour découvrir comment compléter le tableau. Là encore, il est préférable de ne jouer le jeu d'abord qu'avec une seule grandeur, puis ensuite en « doublant ». On peut même aller jusqu'à donner aux enfants le mot « table », mais tout ce qu'il faut, c'est que l'enfant sache qu'il s'agit d'un dessin dans lequel tous les blocs d'une même direction sont de la même couleur et tous les blocs de l'autre direction de la même forme.

Une fois la table achevée, les enfants peuvent encore jouer au jeu de cache-cache. Les enfants se retournent tous, sauf un, qui enlève une ou plusieurs pièces du tableau et les cache. Puis les enfants font face à nouveau et doivent deviner et essayer de nommer les pièces enlevées. Là encore, on peut faire intervenir l'esprit de compétition en distribuant des jetons.

Autre jeu du même genre : un enfant, ou un groupe, pense à la « règle » qui va présider à la disposition de la grille et pose ensuite quelques blocs, mais en gardant la règle secrète. Un autre enfant, ou un autre groupe, tente alors de remplir toutes les cases en se conformant à cette règle. Dans certains cas, les constructeurs ne suivent pas exactement la règle à laquelle leurs camarades avaient pensé, mais du moment que leur tableau est régulier, on le tiendra pour bon.

Dans un autre jeu, le nombre de cases de la grille est limité et, par exemple, il n'y a que douze places, et on demande aux joueurs d'y caser la totalité des blocs. Il est évident que, dans ces conditions, certaines pièces doivent être posées *sur* les précédentes, mais là encore l'ordre (de bas en haut) doit demeurer le même, dans cette troisième dimension. Par exemple, si la case réservée aux carrés rouges contient, de bas en haut, le grand épais, puis le grand mince, puis le petit épais et enfin le petit mince, dans toutes les autres cases, les blocs, qu'ils soient ronds, triangulaires ou rectangulaires, devront être disposés dans ce même ordre.

1.14. *Désignation des pièces par leur nom*

Dans ce jeu, un enfant essaie de nommer toutes les pièces de l'univers. A mesure qu'une pièce est nommée, on la pose sur la table, de manière à former un tableau. Cette disposition aide les autres enfants à se rappeler les pièces qui n'ont pas encore été posées.

Au stade suivant, une fois les blocs nommés, on les pose sur la table, mais sans ordre particulier.

A la troisième étape, l'enfant nomme encore les pièces, mais ne les pose même plus sur la table. Au contraire, on les met en un endroit où le joueur ne peut plus les voir, de sorte qu'il n'est pas aidé.

Il est manifeste que ces jeux peuvent se jouer compétitivement, en attribuant un avantage pour chaque pièce nommée correctement.

1.15. *Désignation par la négation*

Pour cette série de jeux, il faut des cartes[1]: sur certaines, des attributs sont écrits, sur d'autres ces mêmes attributs sont précédés du mot « non ». On bat, et un joueur prend la première carte du paquet. Supposons qu'elle soit marquée « rectangle ». Le joueur, ou le groupe, doit alors ramasser toutes les pièces en forme de rectangle et les mettre en un tas. A côté de ce tas, on met le mot « rectangle ». Puis la maîtresse demande : « Comment va-t-on appeler l'autre tas, maintenant ? » La réponse, bien entendu, est : « Non-rectangle », mais les enfants ne sont pas encore capables de la fournir correctement.

Au jeu suivant, la maîtresse s'arrange pour que la carte choisie soit marquée « Non ». Supposons que cette carte soit marquée : « Non-carré ». Les enfants mettent alors en un tas toutes les pièces qui ne sont pas carrées, le reste formant un second tas. Comme précédemment, on dispose une étiquette, marquée cette fois « non-carré » à côté du premier tas. La maîtresse demande à nouveau : « Comment va-t-on appeler l'autre tas ? » Pour commencer, les enfants restent muets, mais bientôt il y en a un qui remarque que toutes les pièces sont carrées : les deux tas vont donc s'appeler « non-carré » et « carré ». Le moment est venu de rappeler aux enfants la partie précédente, où le premier tas s'appelait « rectangle ». Les enfants conviennent qu'on pouvait l'appeler « non-rectangle ». (Il se peut qu'il faille recommencer la première partie avant que tous les enfants la saisissent bien.)

A la partie suivante, on demande, par exemple, aux enfants de faire un tas de tous les blocs bleus, et de nommer l'autre tas en employant le mot « non ». Naturellement ce sera le tas des « non-bleus » et ainsi de suite.

Quand on en vient à demander aux enfants de faire le tas des blocs « épais » et de nommer l'autre avec « non », la réponse presque immédiate est « non-épais ». On leur demandera alors s'il n'y a pas un autre moyen de désigner ce second tas, et la réponse sera « mince ». De même pour « grand » et « petit ».

Il faut jouer de nombreuses parties, en faisant trier aux enfants les ensembles complémentaires, et en les leur faisant désigner par le mot « non », afin qu'ils s'habituent à cette manière de nommer les pièces. Il faut qu'ils comprennent bien, même s'ils ne sont pas capables de répéter cette explication dans ces termes, que chaque fois qu'ils constituent un ensemble selon un attribut (par exemple, les blocs jaunes), ils ont en même temps formé l'ensemble complémentaire (les blocs non jaunes).

1.16. *Jeux de négation. « Veux-tu me donner... ? »*

Il faut maintenant amener les enfants à comprendre le principe de contradiction, c'est-à-dire que si une pièce est quelque part, elle ne

1. Le « laboratoire de mathématique » de l'O.C.D.L. comporte des plaques en plastique que l'on utilise pour des inscriptions (symboles, consignes, etc.).

peut pas, en même temps, être ailleurs. Ce jeu est décrit ci-dessus à la page 23.

On fait asseoir deux équipes A et B aux deux extrémités de la table, avec une séparation les empêchant chacune de voir ce qu'a l'équipe voisine. On donne à chaque équipe la moitié des blocs de l'univers, et chaque équipe dispose les siens sur son côté de la table. Chaque membre de chaque équipe, à son tour, demande une pièce à l'équipe d'en face, et toute pièce demandée doit l'être par énonciation de ses quatre attributs.

La partie commence et, par exemple, le premier joueur de l'équipe A demande « Veux-tu me donner le triangle grand, mince, rouge ? » Si cette pièce est de l'autre côté de la table, on la lui passe, et on n'a pas le droit de la redemander. Puis c'est le premier joueur de l'équipe B qui regarde ce qu'il y a de son côté de la table et demande « Qui est-ce qui me passe le rectangle petit, mince et jaune ? »

Au début, les enfants demandent parfois une pièce qui est déjà de leur côté, ne se rendant pas compte qu'elle ne peut pas être en même temps des deux côtés de la barrière. La partie est finie quand une des équipes a réussi à obtenir dix blocs, et il n'est pas nécessaire de recommencer dès lors qu'on s'aperçoit que les enfants ne commettent plus d'erreurs en demandant les blocs.

1.17. *Jeu de cache-cache*

On répand par terre toutes les pièces de l'univers, en désordre ; les enfants tournent le dos, et on enlève une des pièces. Il faut deviner laquelle, le plus vite possible. En générale, les enfants remettent les blocs en ordre et trouvent vite, celui qui a été enlevé.

A la seconde étape, on enlève plusieurs pièces, on dit aux enfants combien on en a enlevé, et on les laisse, encore, remettre de l'ordre dans les pièces pour trouver celles qui manquent.

Dans un troisième stade, on ne cache qu'une pièce, mais les enfants n'ont plus le droit de toucher aux blocs. Ils doivent les remettre en ordre de tête seulement.

Au quatrième stade, qui est le plus difficile, on ne dit pas aux enfants combien de pièces on a enlevé, on ne les laisse pas toucher les blocs, et il leur faut trouver la réponse de tête.

1.18. *Jeux à une différence*

Toutes les pièces d'un univers sont mises par terre, et les joueurs décident de l'ordre dans lequel ils vont jouer. Puis, on demande à l'un des enfants de prendre une pièce, n'importe laquelle, et de la mettre en un endroit bien déterminé. Après quoi, on dit aux enfants : « On va jouer à faire un train. Le suivant va poser un bloc derrière celui-ci, mais il faudra qu'il soit différent du premier d'une seule manière. » Supposons que le premier bloc joué était un bloc grand, épais, bleu et rond. Le second joueur peut poser un bloc qui ne diffère de celui-ci que par un seul attribut, c'est-à-dire qui soit petit au lieu de grand, ou mince au lieu d'épais, ou d'une autre couleur, ou d'une autre forme, mais en ne changeant qu'un seul de ces attributs. Supposons qu'il change le premier attribut et joue un bloc petit, épais, bleu et rond. Le joueur suivant ne peut jouer qu'un bloc différant du précédent par un seul attribut et, naturellement, il ne peut pas « revenir en arrière » et jouer le bloc précédent, puisqu'il a déjà été joué. Supposons qu'il décide de changer de couleur, et qu'il joue un bloc petit, épais, rouge et rond. Le joueur suivant met un bloc petit, épais, rouge et carré, par exemple, et ainsi de suite.

Un jeu à « une différence »

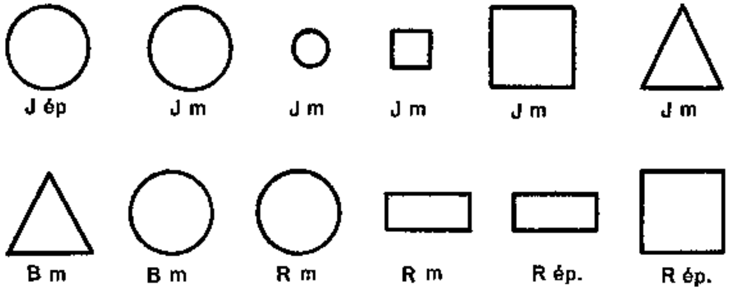


Fig. 17

Il faut à chaque joueur un ou deux coups avant de savoir exactement ce qu'on attend de lui.

Le jeu suivant « à une différence » peut se jouer en faisant « une pile » au lieu de faire « un train », mais il faut bien dire aux enfants qu'ils n'ont pas le droit de mélanger les deux procédés dans le même jeu, tout au moins pas encore.

Pour en revenir au jeu du train, quand les enfants y ont joué quelque temps, ils peuvent essayer de « boucler la boucle », c'est-à-dire de monter leur train en cercle et, s'ils trouvent un bloc qui s'adapte correctement, de finir le jeu en fermant le cercle. Il est bien entendu que, pour pouvoir le faire, il leur faut trouver un bloc qui diffère du précédent par un seul attribut et qui, en même temps, ne diffère que par un seul attribut du suivant, qui était le premier.

Il est beaucoup plus difficile d'essayer de « faire le train » en forme de 8, puisque la pièce centrale doit être différente de chacune de ses quatre voisines par un seul attribut dans chaque cas, de sorte qu'il ne faut faire jouer ce jeu aux enfants que s'ils sont devenus experts au précédent.

On peut jouer compétitivement, en donnant un jeton à tout enfant qui pose la pièce correcte. Le premier joueur, forcément, reçoit un jeton puisque, lui, il ne peut pas se tromper. Le second joueur pose

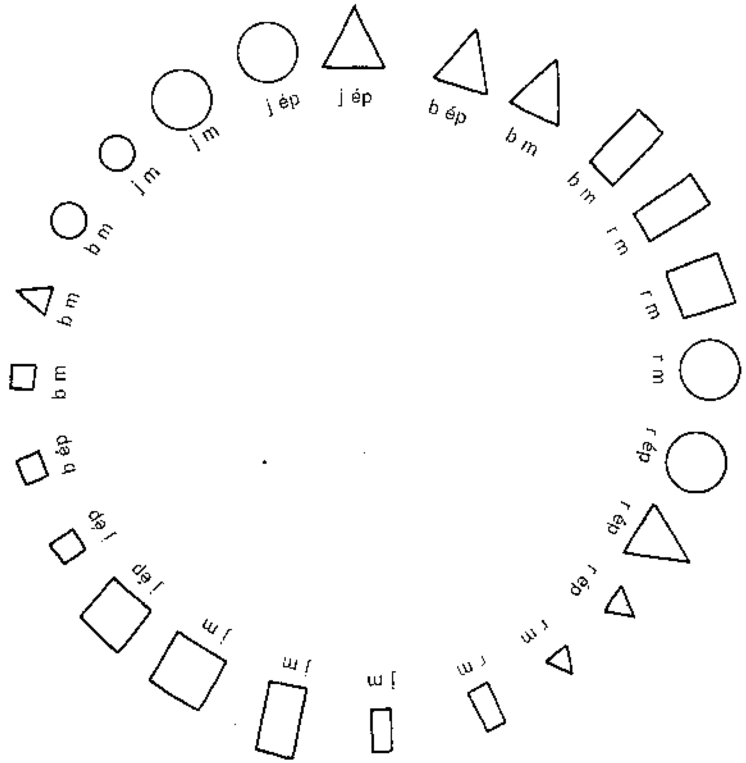


Fig. 18

son bloc et attend de voir si personne ne conteste le coup. Il se peut qu'un autre joueur dise : « Non, tu n'as pas le droit, parce que... » Si la pièce avait été jouée à tort, c'est le contradicteur qui recevra le jeton... à condition d'avoir donné une explication valable. Si c'est le contraire, le contradicteur mal fondé perd un jeton.

Le jeu est fini quand toutes les pièces ont été jouées ou quand un des joueurs ferme le cercle, ce qui lui vaut deux points, et ainsi de suite.

1.19. *Jeux à deux différences*

Ces jeux se jouent exactement comme les jeux à une seule différence, à cela près qu'il faut qu'il y ait deux différences entre deux blocs qui se suivent, au lieu d'une seule. Supposons que le premier joueur pose un bloc petit, épais, bleu et rond. Le bloc suivant doit être différent de deux manières à la fois ; par exemple ce sera le bloc petit, mince, rouge et rond, et au coup suivant on posera le bloc petit, mince, jaune et carré, et ainsi de suite.

Là encore, les joueurs marquent soit en posant la pièce convenable, soit en contestant valablement le coup de l'adversaire. On peut jouer en « train » ou en « pile ».

1.20. *Jeux à trois ou à quatre différences*

Ces jeux se jouent de la même manière que les jeux à une ou deux différences mais, dans les jeux à trois différences, chaque pièce successive doit différer de la précédente par trois attributs, tandis que dans les jeux à quatre différences, elle doit en différer par quatre attributs. On s'apercevra que ce sont les jeux à quatre différences qui se révèlent les plus faciles pour beaucoup d'enfants.

Jeu à « une, deux, trois différences ».

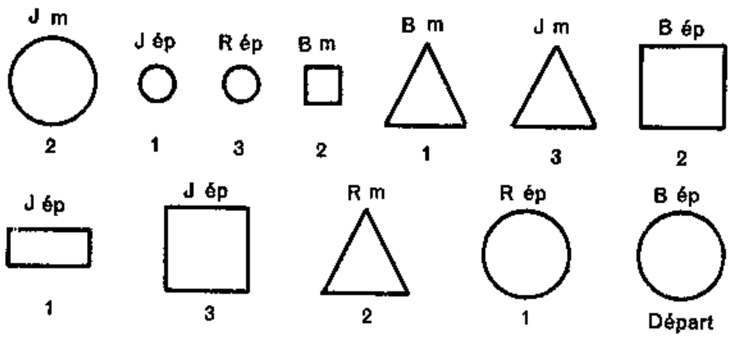


Fig. 19

1.21. *Jeux à différences variables*

Certains enfants particulièrement brillants voudront imaginer des jeux plus compliqués, par exemple un jeu mixte à une et deux différences : comme précédemment, le premier joueur pose un bloc quelconque, et le second doit en poser un qui en diffère par deux attributs ; puis le troisième pose un bloc qui ne doit différer du précédent que par un seul attribut, et ainsi de suite. Chaque joueur doit ainsi se rappeler non seulement ce qu'il lui faut jouer mais encore si son tour fait de lui un joueur à une ou à deux différences.

De même avec trois différences. Dans un cas comme dans l'autre, le jeu sera plus intéressant si, à chaque tour, chaque joueur est amené

à jouer un coup différent de celui qu'il avait joué au tour précédent. Pour cela, il faut que le nombre total de joueurs ne soit pas un multiple du nombre total de variations : ainsi, dans un jeu à 1-2-3 différences, il faudra qu'il y ait, par exemple, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, etc. joueurs, mais pas 3, 6, 9, 12, etc.

Encouragez les enfants à imaginer autant de jeux de ce type qu'ils voudront, et à les jouer compétitivement ou non, selon ce qui leur plaira.

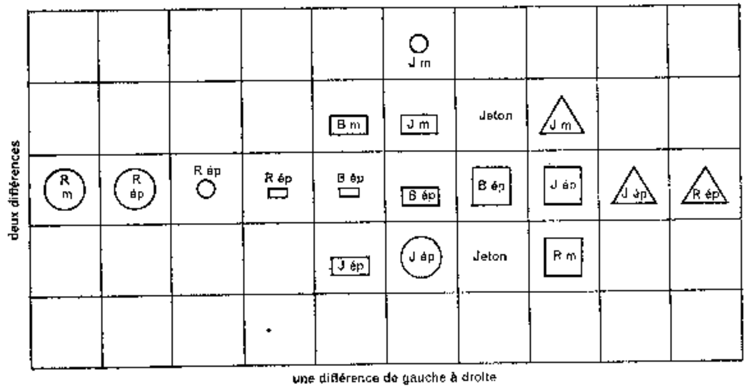


Fig. 20

1.22. *Jeux de différences : les dominos*

Le jeu de dominos est la version de loin la plus difficile des jeux à une ou à deux différences, car il se joue dans deux directions à la fois. Il nous est apparu, à l'expérience, que la meilleure manière de le jouer était de prendre une grille dans laquelle chaque carré est assez grand pour contenir une pièce de l'ensemble.

On commence par jouer le jeu dans une seule direction, et avec une seule différence. Le premier joueur dispose un bloc dans une case quelconque, n'importe quel bloc. Le plus commode, cependant, est de commencer vers le milieu de la grille (qu'on peut tracer sur le sol à la craie ou préparer d'avance sur une feuille qu'on pourra enrouler et conserver). Si le second joueur décide que la pièce suivante sera « une fois différente » de la précédente, il doit la poser à droite ou à gauche de celle-ci, dans une même rangée horizontale, le jeu à une direction se jouant dans ce sens. Si le joueur suivant décide de jouer sa pièce « deux fois différente », il la posera en dessous ou au-dessus de la précédente, c'est-à-dire dans la même colonne « verticale » (qui n'est pas vraiment verticale, puisque le tableau est posé à terre !). Et ainsi de suite, chaque joueur jouant à une ou à deux différences, selon ce qui lui convient personnellement le mieux.

Si le jeu se joue compétitivement, chaque joueur marque un point par différence jouée. Ainsi, si un enfant joue dans une direction à une différence, et que son coup n'est pas contesté, il reçoit un jeton, tandis que s'il joue dans une direction à deux différences, et qu'il n'est pas discuté, il en reçoit deux. Même façon de compter pour celui qui conteste à bon droit un coup : mais s'il l'a contesté à tort, il perd un nombre équivalent de jetons.

Le problème, naturellement, se complique lorsqu'il s'agit de garnir un « coin » ou de combler un « trou » entre deux pièces déjà posées, car il peut se faire que le joueur soit dans l'obligation de poser une pièce qui ait à la fois une différence avec sa voisine dans le sens « horizontal » et deux différences avec sa voisine dans le sens « vertical ». S'il réussit, il gagne 3 points. S'il y a un « trou » entre quatre pièces déjà posées, et qu'il trouve la pièce qui s'adapte juste, cela lui rapporte six points en tout, mais c'est rarement possible. Même décompte pour celui qui conteste à bon droit le coup.

1.23. *Jeu des contradictions*

C'est un jeu qui se joue quand les joueurs ont réussi au jeu des dominos. Il nécessite, en plus des blocs, deux autres types de « pièces » pour marquer les coups : on prendra, par exemple, des pierres et des morceaux de craie.

Étant donné qu'on joue de deux manières à la fois – à une différence et à deux différences – il vient un temps où certains espaces sont impossibles à remplir. Supposons, par exemple, que dans la rangée (« horizontale ») du milieu, les enfants aient posé une séquence normale de blocs avec une seule différence entre chaque et qu'un enfant ait posé un bloc « en colonne », c'est-à-dire au dessus de l'un des précédents et avec deux différences. Il se peut que le joueur suivant décide, lui aussi, de jouer à deux différences, et pose par conséquent aussi un bloc « en colonne », mais en laissant une case entre son bloc et le bloc précédemment posé en colonne. Si, maintenant, on commence à remplir, dans le sens « horizontal » la seconde rangée ainsi amorcée, c'est-à-dire avec une seule différence entre deux blocs consécutifs, il peut se faire qu'on ne puisse pas combler l'espace entre les deux blocs posés en premier parce qu'il existe entre eux, peut-être, trois ou quatre différences. Si un enfant, quand vient son tour, parvient à découvrir une situation impossible de ce genre, il pose une pierre dans la case, en annonçant qu'il n'est pas possible de la remplir. S'il est établi qu'il a raison, il gagne cinq points.

A mesure que la partie avance et que les blocs se trouvent joués en grand nombre, un autre genre de problème peut se poser. On peut se trouver en présence d'un emplacement qui aurait pu être rempli, mais il ne reste plus de pièces disponibles. Si un joueur, quand son tour arrive, dit : « Cette case ne peut être remplie avec aucun des blocs qui nous reste » et qu'il pose un bout de craie à la place, il a gagné trois points.

Bien entendu, dans le cas de la pierre comme dans celui de la craie, le coup peut être contesté par un autre joueur, qui gagnera – ou perdra – le même nombre de points selon que son intervention aura ou non été reconnue fondée.

Il faut toujours encourager les enfants à se tenir aux aguets des impossibilités ou des absurdités dans tous les jeux.

1.24. *Conjonctions : le jeu du croisement*

Pour ce jeu, la maîtresse trace d'abord plusieurs « routes » à la craie, et le long de chacune elle met un « panneau indicateur » montrant ce qui est autorisé sur cette route. On peut avoir, ainsi, la « route bleue », la « route des triangles », la « route des épais », la « route des petits », et ainsi de suite. Les enfants s'exercent d'abord à placer leurs blocs sur la bonne route, après qu'on leur ait dit, par exemple, que sur la « route bleue » il faut mettre tous les blocs qui sont bleus, qu'il ne faut y mettre aucun bloc qui ne soit pas bleu, et qu'il ne faut pas poser ailleurs un bloc bleu. On remplit chaque route à son tour, et les enfants s'habituent à l'idée que chaque route représente la totalité d'un attribut.

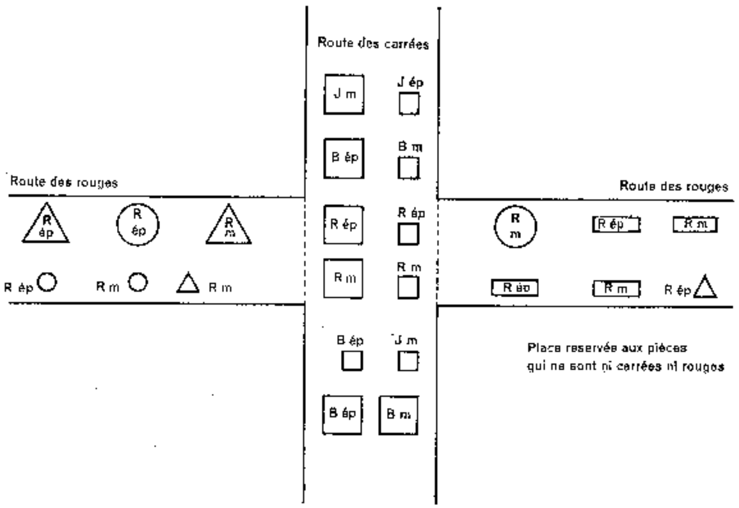


Fig. 21

Quand les enfants auront appris à garnir une route, on introduit la notion de croisement. La maîtresse, par exemple, marque en pointillés, sur le carrefour, le prolongement de la route bleue et de la route des triangles, et demande aux enfants de prendre les pièces, chacun à son tour, et de les poser sur la route convenable. Ce n'est pas facile. Supposons que le premier enfant prenne un « carré rouge » : il n'est ni bleu ni triangle, donc il ne peut être posé sur aucune des deux routes. On le posera sur un « parking », en dehors des routes. Le suivant tire un « carré bleu » : il va sur la route bleue ; le suivant prend un « triangle rouge » : il le posera sur la route des triangles, et ainsi de suite, jusqu'au moment où un joueur ramasse un « triangle bleu ». Où le poser ? Puisqu'il est bleu, il va sur la route bleue, mais puisqu'il est triangle, il va aussi sur la route des triangles. Généralement, l'enfant reste embarrassé un moment, puis décide de le poser dans le croisement, qui fait partie des deux routes à la fois. On voit que tous les blocs ont leur place, soit sur la route bleue, soit sur la route des triangles, soit au carrefour, soit enfin sur le parking, pour ceux qui ne vont sur aucune des deux routes. Tout bloc est soit bleu et non-triangle, soit triangle et non-bleu, soit à la fois bleu et triangle, soit à la fois non-bleu et non-triangle, auquel cas il doit demeurer en dehors de la route. On a ainsi introduit l'idée de conjonction, concrétisée par la nécessité d'employer le mot ET (renforcé, certes, par « à la fois », qui peut être abandonné par la suite) dans l'énoncé des ensembles de blocs toutes les fois que l'on se trouve en présence d'un bloc qui va sur le croisement, et qui est donc (A LA FOIS) bleu ET triangle.

On peut recommencer le jeu du carrefour avec d'autres attributs, par exemple « rouge » et « carré », puis « grand » et « mince », et ainsi de suite. On peut, naturellement, faire un croisement dans lequel il n'y aura pas de blocs, donc pas de conjonction. Ce sera le cas si les routes qui se croisent sont la « route bleue » et la « route jaune », car il n'y a aucun bloc qui soit « à la fois bleu et jaune ». On peut en donner un ou deux exemples, afin de faire comprendre aux enfants que cela peut se présenter, mais sans trop insister.

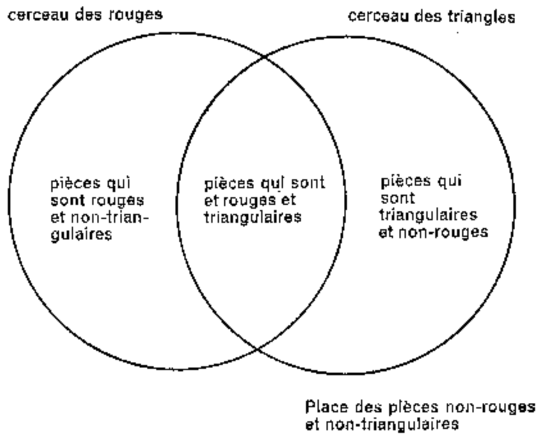


Fig. 22

1.25. *Conjonctions (suite) : diagrammes de Venn*

Le premier de ces jeux ressemble beaucoup à celui du croisement, car il suit les mêmes règles. On dispose sur le parquet deux cerceaux, de manière qu'ils se coupent en deux points de leur circonférence. Il existe donc une aire commune aux aires définies par chacun des cerceaux. Appelons « cerceau rouge » ou « cerceau des rouges » le premier cerceau : il faudra y mettre tous les blocs rouges, sans y mettre aucun bloc non-rouge, et sans non plus mettre aucun bloc rouge à l'extérieur du cerceau. Appelons « cerceau des triangles » le second cerceau : on devra y mettre tous les blocs triangles, sans y mettre aucun bloc qui ne soit pas triangle et sans non plus mettre aucun bloc triangulaire en dehors du cerceau.

Les enfants jouent comme dans le « Jeu du Croisement ». Chacun ramasse un bloc à son tour et, s'il est rouge, il le pose dans le cerceau rouge, tandis que si c'est un triangle il le pose dans le cerceau des triangles. S'il est « à la fois rouge et triangle », on le posera à la fois dans les deux cerceaux – dans ce qu'on appelle l'« intersection » – et s'il n'est ni rouge ni triangle, on va le mettre dans un emplacement spécial, extérieur aux deux cercles. Ainsi, l'enfant a quatre possibilités, et il est essentiel qu'il décide selon son seul jugement. Il est essentiel, répétons-le, que la maîtresse laisse commettre des erreurs, et en abondance. Souvent, les enfants eux-mêmes découvrent les erreurs, et en discutent entre eux avec passion. Quand les enfants pensent en avoir terminé, et qu'il reste des erreurs, la maîtresse peut dire : « Je me demande si ça va bien, les triangles ? » ou encore « Est-ce qu'on a bien mis dans le cerceau tout ce qu'il fallait ? ». Les enfants se replongent dans leurs réflexions, et, habituellement, découvrent les erreurs et y remédient.

Là aussi, il faut leur présenter des situations où il n'y aura aucun bloc dans l'intersection. Par exemple, l'intersection du cerceau des minces et du cerceau des épais : un bloc ne peut pas être à la fois mince et épais : et ainsi de suite. Il faut multiplier le nombre des variantes, ce qu'on peut faire d'une manière méthodique en préparant d'avance des jeux de cartes marquées chacune d'un attribut différent. On bat les cartes, on retourne le paquet, et on fait tirer deux enfants, ce qui décide du nom des cerceaux dans chaque cas.

On peut jouer tous ces jeux compétitivement, en donnant un point par bloc correctement placé et un point par contestation fondée.

1.26. *Conjonctions (suite) : diagrammes de Venn à 3 attributs*

On voit sans difficulté que si on prend trois cerceaux, dont chacun doit être disposé de manière à couper les deux autres, les choix sont beaucoup plus complexes. Aussi ne faut-il pas se hâter d'atteindre cette étape. Dans nos précédents jeux, nous avons vu les relations existant entre ET et NON. Par exemple, dans notre premier jeu de cerceaux, nous avons divisé les blocs en quatre groupes – ceux qui sont rouges ET triangles (les triangles rouges), ceux qui sont rouges mais NON triangles, ceux qui sont triangles mais NON rouges, et, enfin, ceux qui ne sont ni rouges ni triangles, c'est-à-dire ceux qui sont A LA FOIS NON-rouges ET NON-triangles.

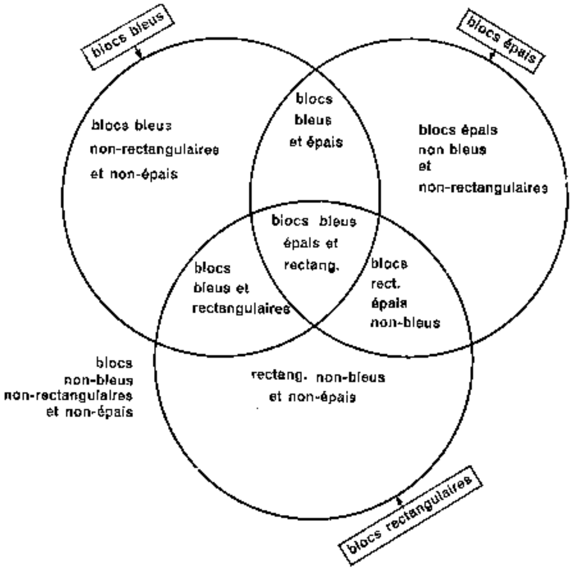


Fig. 23

Admettons maintenant que nous prenions trois cerceaux : « Bleu », « Épais » et « Rectangle ». On obtiendra une pile de blocs, en dehors des cerceaux, qui seront « non-bleu » et « non-épais » et « non-rectangle ». Il y aura un secteur du « cerceau bleu » pour les blocs qui sont « bleus » mais sont « non-épais » et « non-rectangles », un secteur du « cerceau épais » pour les blocs qui sont « non-bleus » et « non-rectangles » et un secteur du « cerceau rectangle » pour les blocs qui sont « non-bleus » et « non-épais ». Il y aura des intersections pour les blocs qui sont « à la fois bleus et épais », « à la fois bleus et rectangles » et « à la fois épais et rectangles », et, enfin, il y aura une intersection centrale pour les blocs « à la fois bleus et épais et rectangles ». Avec un nombre aussi grand de choix, il y a peu de chances pour qu'un enfant s'en tire seulement en devinant au hasard. Il faut que les groupes de joueurs soient assez réduits – quatre à six joueurs, selon notre expérience. Encouragez la discussion dès le début, et invitez les enfants à se vérifier mutuellement. Mais laissez les enfants en discuter entre eux, sans vous interposer.

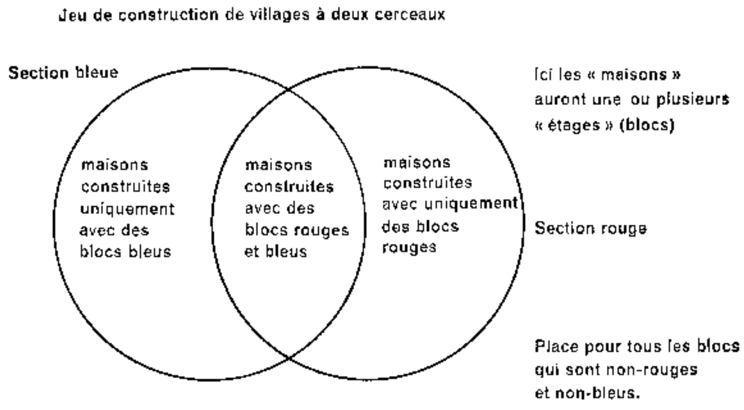


Fig. 24

1.27. *Jeux de construction de villages*

Jusqu'à présent, nous n'avons considéré les blocs qu'individuellement, tandis que les jeux qui suivent concernent des ensembles de blocs, ce qui est un peu différent. Ces jeux commencent comme ceux qui ont été pratiqués avec les diagrammes de Venn, mais il ne faut pas les confondre. On dit aux enfants de disposer, mettons, trois cerceaux, séparés, sur le sol. Chacun est marqué d'une couleur : un « rouge », un « bleu » et un « jaune », et on met tous les blocs rouges dans le cerceau « rouge », tous les blocs bleus dans le cerceau « bleu », tous les blocs jaunes dans le cerceau « jaune ». On peut varier l'exercice en remplaçant les couleurs par les formes (cerceau des carrés, des triangles, etc.). Chaque bloc, ou tas de blocs, est « un bâtiment ».

On met ensuite deux de ces cerceaux exactement en superposition, l'un sur l'autre, en les marquant, par exemple, « cerceau rouge » et « cerceau bleu », et les enfants font à nouveau des « bâtiments », mais chaque bâtiment se compose à la fois de blocs rouges et de blocs bleus, et il peut y avoir autant d'étages qu'on veut. (Cette idée de construction en étages, ou en piles, doit aussi être appliquée aux cerceaux isolés. La maîtresse peut très bien, par exemple, dire aux enfants de faire le même nombre de maisons à un étage qu'à deux étages, etc.) On remarquera que lorsque les blocs sont mis dans deux cercles superposés, il faut des bâtiments construits à la fois de pièces de deux couleurs. Quand on s'occupait de blocs séparés, comme avec les diagrammes de Venn, on ne pouvait évidemment pas avoir un bloc qui fût à la fois rouge et bleu, et dans ce cas on avait un ensemble vide.

Dans une troisième étape, on dispose deux cerceaux sur le sol, mais en les faisant se couper, de manière à avoir une section commune. En appelant les cerceaux « cerceau rouge » et « cerceau bleu », on aura une section où tous les bâtiments doivent être faits seulement de blocs rouges, une section où ils ne doivent être faits que de blocs bleus et la section commune, où chaque bâtiment devra résulter d'un assemblage de blocs rouges et de blocs bleus. Les enfants commenceront par jouer avec ces seules règles, puis ils pourront en ajouter de leur cru. Par exemple, les bâtiments « mixtes » doivent être construits d'un nombre égal de blocs rouges et de blocs bleus, ou encore on limite la hauteur des bâtiments à deux étages dans les sections à couleur unique, et à quatre étages dans la section commune, ou encore on décide de faire autant de bâtiments que possible, ou le plus petit nombre possible de bâtiments (tout en respectant les hauteurs limites de chaque section), et ainsi de suite. On peut appliquer plusieurs de ces règles simultanément.

Revenons à nos cerceaux bleu et rouge, et supposons qu'on ait décidé qu'aucun bâtiment ne doit avoir plus de deux étages, et qu'il ne doit pas y avoir plus de bâtiments à deux étages que de bâtiments à un étage. Bien entendu, dans ce cas, tous les bâtiments de la section commune rouge et bleue doivent avoir deux étages, et c'est là que les enfants pourraient commencer par construire leurs bâtiments à deux étages. Dans les sections à une seule couleur, les bâtiments peuvent être aussi bien à un qu'à deux étages. Commençons par n'y construire que des bâtiments à un seul étage. En cours de route, on décide de changer d'avis, et on assemble certains bâtiments à un étage pour en faire des bâtiments à deux étages, mais en veillant toujours à ce qu'il y ait plus de bâtiments à un étage qu'à deux étages.

On peut aussi repartir à zéro, en décidant, cette fois, qu'il ne faut pas du tout de bâtiments à un seul étage et que dans la section « à la fois rouge et bleue », tout bâtiment doit avoir quatre étages. On peut imaginer d'autres règles, et les enfants s'amusent beaucoup à les respecter et à répondre aux questions de la maîtresse sur ce qu'ils ont bâti.

1.28. *Des blocs aux ensembles de blocs*

Pour le jeu suivant, on utilise trois cerceaux qui se coupent, chacun des trois devant couper les deux autres. Supposons que ces trois cerceaux soient marqués « rouge », « bleu », et « jaune » (ce pourrait tout aussi bien être « carré », « triangle » et « rond »). Cette fois, les enfants trouveront donc un secteur où les bâtiments ne peuvent être que rouges, un autre où ils ne peuvent être que bleus, un autre où ils ne peuvent être que jaunes ; dans les intersections, il y aura le quartier des bâtiments « à la fois rouges et bleus », celui des bâtiments « à la fois rouges et jaunes », celui des bâtiments « à la fois bleus et jaunes », et tout bâtiment devra forcément avoir au moins deux étages. Enfin, il y aura le quartier central où tout bâtiment devra être fait de blocs bleus,

jaunes et rouges, et avoir au moins trois étages. A titre de premier jeu, on laisse les enfants libres de garnir chaque quartier de maisons de n'importe quelle dimension, du moment qu'ils respectent les règles ci-dessus, et qu'aucun quartier ne reste vide. On recommencera ce jeu avec d'autres noms pour les cerceaux, avant d'aller plus loin.

Naturellement, il n'est pas indispensable de se servir de cerceaux pour faire les quartiers : on peut très bien le faire à la craie et, comme le montre notre schéma, cette manière de procéder « économise » l'effort de nommer les quartiers à l'aide d'une étiquette. En effet, nous avons tracé à la craie un carré, un cercle et un triangle, et dans chaque quartier les blocs utilisés doivent avoir la forme du quartier. Ainsi, tous les blocs triangulaires doivent se trouver dans le quartier trian-

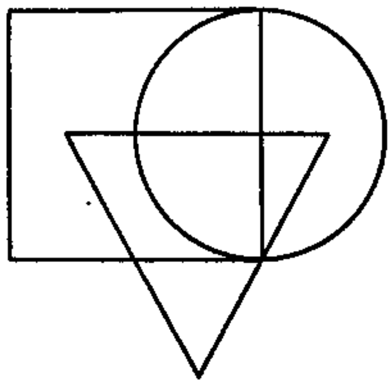


Fig. 25

gulaire, et ainsi de suite. C'est très commode quand les enfants ne savent pas encore bien lire.

Jusqu'à présent, nous avons joué des jeux à trois cerceaux, en faisant varier la forme des sections. On peut aussi ajouter de nouvelles règles : par exemple, il faut qu'il y ait autant de bâtiments à trois étages que possible, ou autant de bâtiments à un seul étage que possible, et ainsi de suite.

1.29. *Jeux de construction de villages à 4 attributs*

Prenons maintenant quatre cerceaux, ou traçons à la craie sur le sol nos quatre formes différentes, de telle sorte que chaque cerceau, ou chaque forme, recoupe les trois autres. C'est d'ailleurs assez difficile avec des cercles, il faut dessiner des ellipses. Cette fois, nous marquons nos ellipses avec des étiquettes « formes » puisqu'il n'y a pas quatre couleurs. Par extension des règles du jeu précédent, on a des quartiers à une seule forme, des quartiers à deux formes, des quartiers à trois formes et un quartier à quatre formes. Là encore, tout bloc doit être posé dans le quartier de sa forme, aucun quartier ne doit demeurer

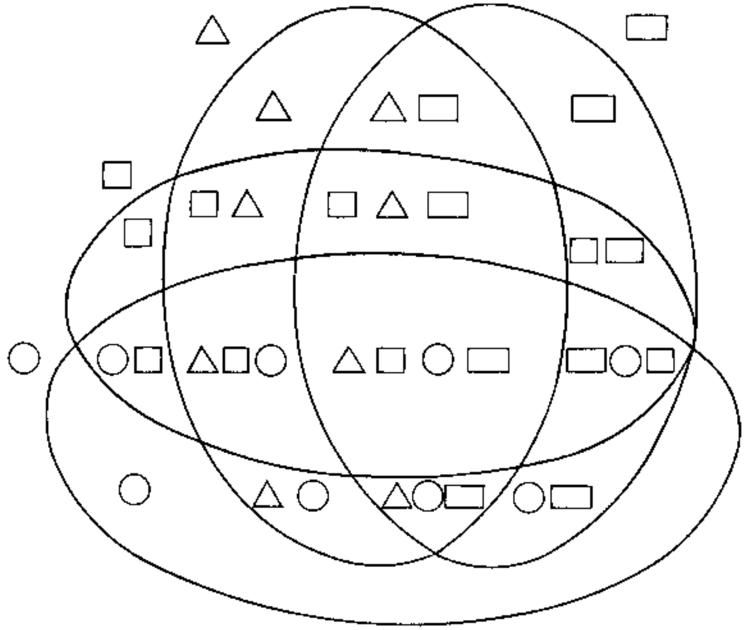


Fig. 26

vide, et si un quartier appartient, par exemple, à deux ellipses à la fois, tout bâtiment qui s'y trouve construit doit être composé de blocs des deux formes, et ainsi de suite. Les enfants se mettent au travail et construisent leur village ou leur ville en s'efforçant de faire le plus grand nombre possible de maisons.

De nouveau, la maîtresse pose des questions comme : « Combien as-tu fait de maisons à deux étages ? » (ou à trois, ou à quatre étages), ou « Combien de bâtiments y a-t-il en tout ? » etc.

1.30. *Jeux de cache-cache dans le village*

Après avoir joué aux jeux précédents, soit seulement avec les règles fondamentales, soit en y ajoutant d'autres règles, on demande aux

enfants qui ont bâti la cité de tourner le dos, tandis qu'un enfant change un bâtiment de quartier. Les joueurs se retournent et essaient de deviner le bâtiment qui a été déplacé. On peut recommencer en déplaçant deux ou trois bâtiments, et les jeunes bâtisseurs doivent les trouver et les remettre à leur place.

Une autre variante de ce jeu de cache-cache consiste à laisser construire une ville à une équipe, en délimitant les quartiers à l'aide de cerceaux. Une fois la ville achevée, l'équipe enlève les cerceaux après en avoir ôté les étiquettes. Après quoi, une autre équipe doit s'arranger pour remettre les cerceaux correctement en place, et avec les étiquettes convenables.

Tous ces jeux se jouent à partir des jeux de construction de villages à deux, trois ou quatre ellipses faites avec des cordes.

1.31. *On invente des ensembles de règles*

Posons à terre trois ou quatre cerceaux, ou traçons-y un ensemble de trois ou quatre formes, représentant les divers quartiers de notre « village » ou de notre « ville », puis laissons les enfants inventer des règles et les appliquer à leurs propres constructions.

Pour commencer, il faudra que les règles ne s'appliquent qu'à la manière d'utiliser les blocs, et on peut les calquer sur les situations de la vie réelle. Par exemple, on peut décider qu'une forme représente les immeubles, une autre les pavillons, une autre les usines et une autre les magasins, en changeant d'un ensemble de blocs à un autre, pour voir quels résultats on obtient. Dans un autre cas, on peut décider qu'au lieu d'avoir des « maisons à deux formes » on aura des parcs, où elles puissent se trouver. Là encore, on peut changer les valeurs d'ensemble à ensemble et vérifier.

1.32. *Symbolisation verbale*

Il ne s'agit pas tellement ici d'un jeu que d'un rappel. Jusqu'à présent, on a joué à divers jeux avec l'ensemble des blocs, mais on n'a pratiquement pas abordé la question de l'expression verbale. En fait, tant que les enfants ont pu montrer qu'ils comprenaient ce qu'ils faisaient, en le faisant, nous nous en sommes contentés. Il y a un grand danger dans une verbalisation prématurée, car les enfants ont tendance à confondre l'aisance dans l'emploi d'une certaine collection de mots avec la véritable compréhension. Ils se figurent que c'est avant tout la verbalisation que l'on attend d'eux.

Cependant, parvenus à ce stade, les enfants, tout au moins la majorité d'entre eux, seront en mesure d'exprimer, ou de symboliser, ce qu'ils auront fait ou ce qu'ils seront en train de faire. Par exemple, dans un diagramme de Venn à deux cerceaux marqués « rouge » et « carré », ils doivent être capables d'expliquer que les blocs rejetés sont

« non-rouges et non-carrés » (ou « ni rouges ni carrés » ou « pas rouges et pas carrés »), que l'intersection des ensembles est remplie de blocs « à la fois rouges et carrés » (ou « rouges et carrés ») et que les autres sections sont garnies de blocs qui sont « rouges mais pas carrés » ou « carrés mais pas rouges », respectivement. Dans les premiers jeux, les enfants apprenaient à nommer chaque bloc par ses attributs, et disaient d'un bloc qu'il était « grand, mince, bleu et rond », et ainsi de suite, de sorte que la nouvelle verbalisation qu'on leur demande n'est qu'une extension de la première, mais nécessitant le développement d'autres concepts.

Il faudrait donc, maintenant, recommencer certains de ces jeux, à la fois à titre de révision et pour que les enfants puissent pratiquer cette « symbolisation verbale » – oralement, à ce stade, et non par écrit.

1.33. *Jeux de négation (non, pas)*

Après avoir rappelé aux enfants, à titre de verbalisation, les procédés normaux de désignation des pièces, il faut aussi leur rappeler les désignations de pièces ou d'ensembles comportant l'emploi du mot « non » (ou « pas »). On reviendra donc sur l'un des jeux précédents, en recourant à une variante destinée à mettre cette dernière exigence en application. Prenons le jeu de « Qui me donne... ? » où, on s'en souvient, les enfants sont répartis en deux équipes assises aux extrémités opposées de la table. On dispose une moitié de l'univers des blocs à chaque bout de la table, avec un « écran » au milieu pour empêcher les membres de chaque équipe de voir ce qu'il y a de l'autre côté. Chacun joue à son tour, en alternant par équipe, et demande un bloc quelconque n'existant pas de son côté.

La différence, cette fois, c'est que tout bloc demandé doit être annoncé en employant le mot « non » (ou « pas »). Cela exige de l'attention, car il y a une grande différence entre un « carré pas grand, pas mince, rouge » et un « carré pas grand, pas mince, pas rouge » ou un « pas carré, pas grand, pas mince, pas rouge ».

Il est préférable, dans une première phase, de ne leur faire désigner qu'un seul attribut par la négation, de sorte que les enfants diront « pas grand » au lieu de « petit » et « pas petit » au lieu de « grand ». Dans la seconde phase, on passera à deux attributs désignés par la négation, et les joueurs emploieront peut-être « pas mince » à la place d'« épais » et « pas épais » à la place de « mince ». Ainsi, ils demanderont un « cercle pas grand, pas épais, rouge » quand ils voudront un « cercle petit, mince, rouge ». L'étape qui suit est plus difficile, car il y a plus de deux choix, de sorte que si l'on demande un « carré non rouge » on peut recevoir tantôt un carré jaune, tantôt un carré bleu, et il va falloir pratiquer le jeu un peu plus longtemps.

A l'étape suivante, le choix est encore plus grand, car si on demande un « non-carré » on peut recevoir un rond, un triangle ou un rectangle.

Là encore, quand on a demandé, et reçu, une pièce une fois, on ne peut pas la demander de nouveau. Quand les enfants ont acquis une certaine pratique dans la désignation des différentes pièces, d'abord par leur nom puis par la négation, ils trouvent plus facile la désignation des ensembles par le même procédé ; aussi faut-il recourir à ce jeu pour contribuer à la formation de la symbolisation verbale.

1.34. *Jeu des vingt questions ou jeu du portrait*

Pour ce jeu, on n'utilise pas les blocs logiques eux-mêmes, mais des symboles dessinés ou peints sur des bouts de carton ou sur des plaquettes de bois de n'importe quelle forme. On y ajoute des mots (« mince », « épais », « grand », « petit », « non »). On dessine des formes, ou on pose une tache de couleur sur le carton au lieu d'employer le mot, et on s'assure qu'il y a autant de pièces de chaque type dans chaque cas.

On désigne un chef d'équipe, qui demande à un enfant de penser à un bloc, mais sans le dire aux autres. Puis le chef demande aux autres enfants de poser des questions qui les aideront à découvrir quel est ce bloc. Ils demanderont, par exemple : « Est-il rouge ? », « Est-il carré ? », et ainsi de suite. L'enfant qui a pensé la pièce doit répondre « oui » ou « non ». Si la réponse est oui, on pose sur la table une plaquette représentant l'attribut qui a été découvert. Ainsi, on a posé la question « Est-il bleu ? » et la réponse a été affirmative : on pose une plaquette marquée de bleu sur la table. Une réponse affirmative à la question « Est-il épais ? » provoque l'apparition, sur la table, d'une plaquette marquée « épais » tandis qu'une réponse *négative* à la question « Est-il grand ? » va fair poser sur la table une plaquette marquée « non grand » (ou, peut-être, une plaquette « grand » avec, posée dessus, une plaquette « non »). Dès qu'un nombre suffisant de questions a été posé, le premier joueur qui trouve le bloc convenable et le tire du tas est déclaré gagnant : c'est lui qui pensera à un bloc pour le jeu suivant.

On voit que, par ce jeu, les enfants s'habituent à l'emploi des noms, avec ou sans « non » ; il y aura cependant des enfants qui ne saisiront pas tout de suite que « pas grand » équivaut à « petit » ou « pas épais » à « mince », et ils poseront trop de questions. Peu à peu, toutefois, avec la pratique, ce genre d'erreurs s'élimine, et le nombre de questions nécessaires à la découverte de la vérité diminue.

1.35. *Jeu des vingt questions, avec déductions*

On voit qu'en demandant aux enfants de décider que « pas grand » a le même sens que « petit », et ainsi de suite, on leur a fait faire des déductions : cela demande plus de pratique et d'attention. On recommence le jeu, mais cette fois en prenant deux tables pour poser les cartes au moment des réponses, et il faut des joueurs spéciaux pour poser les cartes sur les tables. Ce sont ces joueurs qui tirent du jeu le plus grand profit. Aussi faut-il s'arranger pour que tous les enfants puissent occuper ce poste. Une des tables est marquée « réponses », tandis que l'autre est marquée « déductions ». Toute réponse fournie est posée sur la table « réponses », et si un joueur fait une déduction correcte, elle est posée sur la table « déductions ». Par exemple, si quelqu'un demande : « Est-il mince ? » et que la réponse est « Non », on pose la réponse « non-mince » sur la table des réponses. Si, maintenant, un des enfants dit : « S'il n'est pas mince, c'est qu'il est épais », on pose le mot « épais » sur la table des déductions.

Il y a, toutefois, des réponses « positives ». Par exemple, si à la question « Est-il rouge ? », on répond « Oui », c'est une réponse positive : alors on la pose sur les deux tables à la fois. La table des déductions porte donc toujours des réponses plus directes que l'autre, sur laquelle s'accumule une masse plus grande de renseignements inutiles. Les enfants apprennent vite à ne regarder que la table des déductions.

Lorsque la déduction ne porte que sur deux attributs possibles (grand ou petit, épais ou mince), nous avons vu que les enfants y parviennent assez rapidement. C'est plus difficile lorsque les possibilités sont plus nombreuses. Un bloc peut être décrit par « non-bleu » et par « non-rouge », mais il faut plus de temps avant qu'un enfant s'écrie « Mais alors, il est jaune ». Une question posée ça et là par la maîtresse aidera à y voir clair, ainsi que dans le domaine des formes, où les possibilités sont au nombre de quatre.

1.36. *Diagrammes de Venn joués avec « Non »*

Revenons à nos diagrammes de Venn. Comme, entre temps, nous avons joué des jeux de construction de villages, il serait peut-être bon de jouer à nouveau quelques jeux à deux ou trois attributs, pour rappeler aux enfants qu'on se sert de blocs, et non d'ensembles de blocs. Dans notre nouveau jeu, nous allons marquer les cerceaux en recourant au mot « non ». Supposons que dans un premier jeu à trois cerceaux, on veuille prendre tous les blocs « non-carrés », « non-grands » et « non-rouges ».

Rappelons que toutes les pièces « non-rouges » doivent aller dans le cerceau « non-rouge », et nulle part ailleurs : ainsi toutes les pièces bleues ou jaunes vont-elles se trouver dans le cerceau non-rouge. De même, si une pièce est « non-grande », c'est qu'elle est petite, de sorte que toutes les petites pièces seront dans le cerceau « non-grand ». Certaines de ces pièces seront rouges et ne pourront pas se trouver dans le cerceau « non-rouge », mais les autres seront à la fois « non-rouges » et « non-grandes » et seront dans les deux cerceaux à la fois, c'est-à-dire dans leur intersection, et ainsi de suite : on découvre assez rapidement quel est le contenu des diverses intersections.

Cette fois, on a divisé l'univers des blocs logiques en un nouvel ensemble d'ensembles. On a un sous-ensemble dans lequel les pièces sont « non-rouges, non-grandes et non-carrées », un dans lequel les

pièces sont « non-rouges et non-grandes », un autre où elles sont « non-grandes et non-carrées » et un autre où elles sont « non-rouges et non-carrées » ; enfin, il y a les trois sous-ensembles des « non-rouges », des « non-grandes » et des « non-carrées ». A l'extérieur des cerceaux se trouveront rejetés tous les blocs grands, rouges, carrés, et ceux-là seulement.

Les enfants peuvent fort bien se tirer de ce genre de difficultés, mais il leur faut beaucoup de pratique avant d'arriver à choisir et à nommer les blocs sans hésistation. Si, au début, ils paraissent perdus, on commencera par un peu plus de pratique sur les ensembles complémentaires : division simple de l'univers en deux parties, les pièces « rouges » et leur complément, les pièces « non-rouges », ou encore les « pièces carrées » et les « pièces non-carrées », leur complément, et ainsi de suite. En poussant plus loin la division, on arrivera aux « pièces carrées rouges » et aux « pièces non-carrées non-rouges ».

1.37. *Faire des paires*

Pour jouer au jeu des paires, on commence par choisir huit pièces (on pourrait tout aussi bien en choisir quatre, ou seize) en sélectionnant trois variables avec deux valeurs chacune. Supposons que nous retenions les trois variables forme, couleur et grandeur. Comme il nous faut deux valeurs de chaque, on peut prendre, pour la forme, les carrés et les triangles, pour la couleur les rouges et les bleus, pour la grandeur les grands et les petits. Si on cherche toutes les combinaisons de ces trois variables, on trouve, naturellement, huit blocs. Faites-le vous-même avec les blocs, et vous le vérifierez.

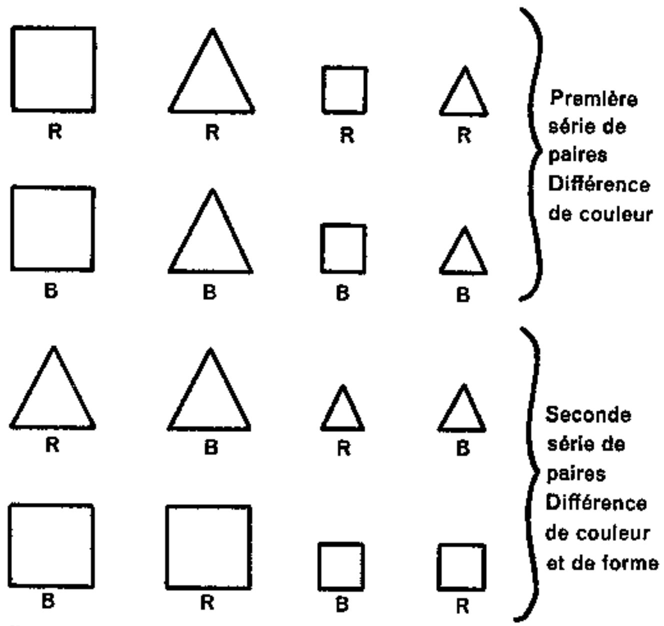
Le premier joueur prend deux pièces quelconques, et les pose sous forme d'une paire. Le second joueur doit alors faire une paire de la même manière que le premier, c'est-à-dire que la différence entre les deux pièces de la seconde paire doit être la même qu'entre les deux pièces de la première. Supposons que la première paire posée soit d'un grand carré rouge et d'un petit carré rouge. La différence entre ces deux pièces n'étant que de taille, il doit en être de même des deux pièces de la seconde paire, qui pourront être par exemple, un grand triangle bleu et un petit triangle bleu, et ainsi de suite.

Si la première paire avait été réalisée avec un grand triangle bleu et un petit triangle rouge, il y aurait deux différences, taille et couleur ; aussi faudrait-il deux différences du même ordre (taille et couleur) entre les deux pièces de la seconde paire : par exemple un grand carré rouge et un petit carré bleu.

Un troisième joueur peut, dans tous les cas, contester le coup s'il estime que la paire n'est pas correctement formée, mais il faut alors qu'il la forme lui-même.

Enfin, supposons que le premier joueur pose un grand carré rouge et un petit triangle bleu. Il y a alors trois différences entre les deux pièces : forme, taille et couleur. Le second joueur peut poser, par exemple, un grand triangle bleu et un petit carré rouge.

Former des paires avec huit blocs.



Il y a sept séries de paires possibles.

Fig. 27

Dans tous les cas, le jeu peut se jouer compétitivement, avec gain de points chaque fois qu'on joue correctement, ou qu'on conteste à bon droit le coup de l'adversaire, et perte de points dans le cas contraire.

Le second jeu qu'on peut jouer avec ces huit pièces consiste à chercher toutes les paires possibles. Comme nous l'avons vu, une série complète se compose de quatre paires, toutes formées selon le modèle formé par le premier joueur. Si on recommence de toutes les manières possibles, on s'aperçoit qu'il existe sept assemblages. Mais essayez de les faire vous-mêmes avant d'en demander autant aux enfants.

Lorsqu'un groupe a acquis une certaine expérience des assemblages, on peut faire un concours entre plusieurs groupes. Le premier se met en devoir d'établir une série complète de quatre paires, le second une autre de quatre paires en partant d'un autre type de paire, le troisième une autre série, et ainsi de suite. On pose comme règle qu'en aucun cas, pendant toute la partie, deux pièces ne peuvent être mises ensemble plus d'une seule fois, sous peine, pour un joueur d'une autre équipe,

d'avoir le droit de contester le coup et de gagner un point. Une équipe qui ne peut pas jouer perd son tour. L'équipe qui a marqué le plus de points gagne la partie : on peut donner un point par paire correctement posée, ou un point par série correcte de quatre paires.

Pour pouvoir garder présentes à la mémoire les paires qui ont déjà été formées, les enfants s'aperçoivent bientôt de la nécessité d'une notation quelconque. Reportez-vous à la page 21 où vous trouverez une manière de procéder.

1.38. *Construire des paires avec seize pièces*

On commence ce jeu avec quatre variables, ayant chacune deux valeurs, ce qui fait en tout seize pièces. Prenons, par exemple, la couleur, la forme, la grandeur et l'épaisseur, avec, pour valeurs bleu et jaune (couleur), rond et rectangle (forme), grand et petit (grandeur), épais et mince (épaisseur). On commence la partie de la même façon, le premier joueur posant deux pièces quelconques. Les autres joueurs doivent observer en combien de manières ces deux pièces sont différentes, et jouer chacun une paire de pièces qui diffèrent de la même manière. On a, alors, huit paires par série. Une fois les seize pièces jouées, un autre joueur entame une autre partie en partant d'une autre paire.

Dans un second temps, une équipe prend les seize blocs et ses joueurs construisent une série de huit paires. L'autre équipe observe et a le droit de contester la construction d'une paire. Puis, c'est le tour des autres équipes, mais, là encore, la règle c'est qu'on ne peut pas poser plus d'une seule fois ensemble deux pièces quelconques pendant toute la partie. Avec cet ensemble de seize blocs, on peut faire quinze séries différentes de huit paires ; aussi est-il tout à fait nécessaire pour les joueurs d'enregistrer au fur et à mesure les paires qu'ils ont posées.

1.39. *Encore de la symbolisation verbale*

On commence ce jeu avec un paquet de cartes dont une moitié est constituée de cartes portant le mot « non » tandis que l'autre moitié se compose de cartes blanches. On bat les cartes, puis un enfant prend un bloc quelconque et, en même temps, les quatre premières cartes du paquet. Supposons qu'il ait pris un « cercle grand, mince, jaune » et que les quatre cartes tirées soient, dans l'ordre – blanche, non, blanche, non. Cela signifie qu'il peut – ou qu'il doit, selon la convention – nommer le second et le quatrième attribut de son bloc en utilisant le mot non. Par exemple, il dira « cercle non grand mince non jaune ».

Pour commencer, on joue oralement seulement, puis on se sert des cartes et des plaquettes du jeu des vingt questions, et le joueur nomme sa pièce et, en même temps, pose les cartes ou plaquettes correspondantes, afin que les autres puissent lire ce qu'il a dit.

Là encore, on peut donner des points en cas de succès, et permettre la contestation. Dans tous ces jeux, il est toujours préférable de permettre la discussion entre les joueurs, à complète égalité afin que chacun puisse faire valoir ses arguments en cas de désaccord, sans que le maître intervienne prématurément dans la discussion.

Tableau

DISJONCTION – OU BLEU OU RECTANGLE	
Dans le seau, on met tous les blocs, qu'ils soient bleus ou rectangles :	Emplacement réservé à tous les blocs qui sont non-bleus et non-rectangles : l'ensemble complémentaire
4 jaunes rectangles 4 rouges rectangles 4 bleus rectangles 4 bleus triangles 4 bleus carrés 4 bleus ronds	Une pièce provenant du seau doit être : 1. ou bleue ou rectangle 2. si non-bleue, alors rectangle 3. si non-rectangle, alors bleue 4. Certaines sont à la fois bleues et rectangles

1.40. *Introduction de la disjonction :* OU ... OU

Jusqu'à présent, pour décrire un bloc ou un ensemble de blocs, on a nommé tour à tour les attributs, en joignant chaque attribut au suivant par « ET », énoncé expressément ou sous-entendu. A peu de choses près, on a suivi la même voie avec la négation, en ce que chaque attribut, qu'il soit employé sous forme positive ou sous forme négative, a été associé au mot suivant par « ET ». Ainsi, « rouge et épais et carré » est semblable en forme et en construction à « non-rouge et non-épais et carré », et ainsi de suite. Autrement dit, nous avons eu affaire à des « conjonctions ».

Il nous faut introduire maintenant les « disjonctions », et les « signes verbaux » ne seront plus, comme auparavant, « ET », mais « OU... OU ». Voyons comment nous allons nous y prendre.

Pour ce jeu, on se sert d'un récipient quelconque ; comme nous nous sommes servis d'un seau, appelons le seau [1]. Pour préparer le jeu, on dit aux enfants de mettre dans le seau toute pièce qui est d'un certain genre ou d'un certain autre genre. Par exemple, invitons les enfants à mettre dans le seau toute pièce qui est bleue ou rectangle. Si une pièce est bleue, elle va dans le seau ; si elle est rectangle, elle y va aussi. Si c'est un rectangle bleu, il y va « à plus forte raison », de sorte que le contenu du seau va constituer un ensemble dont chaque élément aura l'attribut « ou bleu ou rectangle ». Les pièces qui sont non-bleues et non-rectangles restent en dehors du seau.

1. En fait, la boîte où sont rangés les blocs logiques peut servir à cette fin.

La maîtresse prend alors dans le seau un bloc et le cache derrière elle, en demandant aux enfants : « Est-ce que ce bloc est ou bleu ou rectangle? » Comme les enfants l'ont vu tirer du seau, ils répondent : « Oui ». Elle le montre alors à la classe et demande « Est-il bleu ou rectangle? Lequel des deux? » Parfois il est bleu, parfois c'est un rectangle, parfois c'est l'un et l'autre en même temps. On recommence autant de fois qu'il faut pour que les enfants soient bien persuadés que toute pièce du seau est « ou bleue ou rectangle ».

Puis la maîtresse dit à un enfant de retirer du seau une pièce « non-bleue » et, naturellement, on s'aperçoit que c'est un rectangle. D'autres enfants à leur tour vont tirer du seau une pièce non-bleue, et on constate, non sans surprise, que toutes ces pièces sont des rectangles.

On remet dans le seau toutes les pièces qui y étaient au départ, et la maîtresse envoie un enfant y chercher une pièce qui ne soit pas un rectangle : c'est toujours une pièce bleue.

Quand les enfants ont pratiqué suffisamment la symbolisation verbale, ils doivent être capables de poser en règle générale que si une pièce n'est pas rectangle, elle est bleue et que si elle n'est pas bleue elle est rectangle ; en aboutissant à ces deux conclusions, ils ont fait des déductions à partir de l'énoncé « ou... ou ». (Voir ci-dessus page 33 ce qui est dit de l'implication.)

Regardons maintenant les pièces qui ne sont pas dans le seau. Si on a bien mis dans le seau toutes les pièces bleues, celles qui restent dehors sont non-bleues, et de même elles sont non-rectangles. On a donc, à l'extérieur du seau, les pièces qui sont « non-bleues et non-rectangles ». Ces pièces ont l'attribut « non ou bleues ou rectangles », ce qui est la même chose que « ni bleues ni rectangles », ou encore « à la fois non-bleues et non-rectangles ».

Ces deux types de jeux doivent se jouer de nombreuses fois, en variant les attributs exigés des pièces contenues dans le seau, et dans tous les cas il faut poser le même genre de questions, amener les enfants à faire le même genre de découvertes, et examiner de même les blocs demeurés en dehors du seau. La maîtresse notera, sous forme de tableau, les découvertes faites, cela facilitera l'apprentissage, car elle saura avec précision quels exercices ont été faits.

1.41. *Disjonctions combinées avec des négations*

Jeux à « ou... ou » combiné avec « non ».

Ces jeux se jouent de la même manière que les précédents, mais, quand on met les blocs dans le seau, on formule l'un des attributs sous forme négative. Par exemple, on met dans le seau toutes les pièces qui sont « ou jaunes ou non-cercles ». Tout ce qui est jaune, tout ce qui n'a pas la forme d'un cercle, va dans le seau.

Quand on en vient à retirer les pièces du seau, on s'aperçoit que si on retire un cercle, il est jaune, tandis que si on demande une pièce jaune, ce peut être un cercle ou ne pas être un cercle.

Il y a quatre manières de faire retirer une pièce du seau en énonçant les attributs convenables, et deux de ces manières *impliquent certains attributs* tandis que les deux autres ne les impliquent pas. Nous avons déjà vu que si on dit : « Tire un cercle », on implique que la pièce doit être jaune, tandis que si on dit : « Tire un jaune » on n'est pas sûr de la forme qui sortira. Mais on peut dire aussi : « Tire un bloc, mais pas un cercle » ou « Tire un bloc, mais pas un jaune ». Si on demande un non-cercle, on n'est pas sûr de la couleur qu'on aura, car tous les non-cercles, de toutes les couleurs, sont dans le seau. Tandis que si on demande une pièce qui ne soit pas jaune, on est sûr que ce ne sera pas un cercle.

Il faut poser les quatre types de questions, jusqu'à ce que les enfants se rendent bien compte qu'il y a deux questions pour lesquelles on peut prédire le résultat, tandis que pour les deux autres on ne le peut pas.

Disjonction avec négation   Ou non-rouge ou non-cercle

Dans le seau on met toutes les pièces qui sont ou non-rouges ou non-cercles : 4 rouges 4 jaunes et 4 bleus carrés 4 rouges, 4 bleus et 4 jaunes triangles 4 rouges, 4 bleus et 4 jaunes rectangles 4 cercles bleus, parce qu'ils ne sont pas rouges et 4 cercles jaunes, parce qu'ils ne sont pas rouges	Emplacement réservé à tous les blocs qui sont non-non-rouges et non-non-cercles. Ce sont les rouges et les cercles Toute pièce tirée du seau doit être : 1. ou non-rouge ou non-cercle, 2. si elle est rouge, ce n'est pas un cercle, 3. Si c'est un cercle, il n'est pas rouge, 4. Certaines pièces sont à la fois non-rouges et non-cercles.

1.42. *Découverte des règles de De Morgan*

Parvenus à ce point, les enfants auront acquis une expérience considérable des piles avec « ET » (par ex., piles de blocs qui sont « bleu et triangle » ou « non jaune et rectangle » et ainsi de suite) et des piles avec « ou... ou » (par ex., « ou rouge ou cercle », « ou triangle ou non-épais », etc.). Dans le jeu, où nous avions pris comme exemple

la disjonction « ou jaune ou non-cercle » et quand nous en étions venus à chercher le complément, constitué par les blocs qui n'étaient pas dans le seau, nous avions trouvé que c'était une pile avec « ET » – la pile des « non-jaunes ET cercles ». Dans l'exemple ci-dessus, nous avions mis dans le seau les blocs qui étaient « ou bleus ou rectangles » et nous avions découvert que l'ensemble complémentaire des blocs qui n'étaient pas dans le seau était constitué par les blocs « à la fois non-bleus ET non-rectangles ». Ainsi, dans un cas comme dans l'autre on avait, dans le seau, un ensemble « ou... ou » et en dehors du seau, comme complément, un ensemble avec « ET ».

Commençons maintenant par mettre dans le seau un tas avec « ET ». Mettons-y, par exemple, les blocs qui sont « bleus et cercles ». Si, maintenant, nous examinons le tas des pièces demeurées à l'extérieur, en demandant à un enfant d'y chercher une pièce bleue : ce sera un non-cercle. Si nous lui demandons d'y chercher une pièce qui soit un cercle, elle sera non-bleue, de sorte que notre ensemble complémentaire sera ou « non-bleu ou non-cercle ».

On s'aperçoit ainsi que chaque fois qu'on fait une pile en recourant à « ou... ou », on obtient un ensemble complémentaire définissable par « ET », et inversement. Tout ensemble défini par ET a pour ensemble complémentaire un ensemble défini par « OU... OU », tandis que tout ensemble défini par « OU... OU » a pour complément un ensemble défini par « ET ». Telles sont les règles de De Morgan. Il faut, à toute occasion, que les enfants examinent de quoi se compose l'ensemble complémentaire, et qu'ils notent, au besoin, ce qu'il y avait dans les deux piles. Au bout d'un certain temps, ils seront prêts à faire cette découverte.

1.43. *Jeux disjonctifs à 3 attributs*

Il n'y a, naturellement, aucune raison de s'en tenir à deux possibilités de choix pour constituer un ensemble avec « OU... OU ». On peut très bien, par exemple, le jouer « à trois entrées ». Décidons, si vous voulez, que nous mettrons dans notre seau toutes les pièces qui sont « ou rouges, ou épaisses, ou rectangles ». Il est facile de constater que l'ensemble complémentaire comprend toutes les pièces « non-rouges ET non-épaisses ET non-rectangles », c'est-à-dire les cercles, les carrés et les triangles bleus et minces ainsi que les cercles, les carrés et les triangles jaunes et minces.

Que peut-on découvrir au sujet des pièces contenues dans le seau en posant les questions habituelles ? Si on demande aux enfants de tirer une pièce rouge, que sait-on de plus ? Est-elle forcément épaisse ? Est-elle forcément rectangulaire ? La réponse à ces deux questions est, naturellement, « Non ». Mais si on demande aux enfants de tirer une pièce qui ne soit « pas rouge », que pourront-ils deviner à son sujet ? Cette fois, la réponse est qu'on saura qu'elle est ou épaisse ou rectangle. Même principe pour toute question sur une pièce qui est « épaisse » ou « non-épaisse », « rectangle » ou « non-rectangle ». Essayez vous-même et voyez ce que vous découvrez.

Voyez si les règles de De Morgan s'appliquent encore, puis servez-vous du mot « non » pour décrire certains de vos attributs « ou… ou ».

1.44. *Notation symbolique*

Au cours des derniers jeux, on a encouragé les enfants à continuer leur « symbolisation verbale » : ils sont maintenant capables de décrire un bloc ou un tas de blocs par des mots ; peut-être sont-ils même capables d'une notation écrite, ou tout au moins de l'utilisation d'un jeu de cartes et de plaquettes portant des mots, pour désigner les attributs d'un bloc ou d'un ensemble. Écrire tout en entier prendrait beaucoup de temps et de place, et, en mathématiques, on essaie toujours d'être aussi concis que possible ; voilà pourquoi il y a lieu d'introduire une notation « abrégée » de nos découvertes. Bien qu'il y ait plusieurs possibilités, nous avons décidé de recourir à ce que l'on appelle la « notation polonaise ».

Jusqu'à présent, dans nos jeux, nous avons eu affaire à trois relations logiques : à chacune correspond un symbole.

N est employé pour la *négation*, pour « non » appliqué à un attribut. Si, par exemple, on emploie *tr* pour triangle, *Ntr* voudra dire *non-triangle*. N se place devant l'attribut auquel il s'applique : NtrNr = non-triangle non-rouge, mais Ntrr = Non-triangle rouge.

K est employé pour réunir deux attributs au moyen du mot ET, mais il faut le mettre devant les symboles des deux attributs, et non pas entre eux. Pour se le rappeler, il suffit de penser à « A la fois… et… ». Ainsi, un bloc « à la fois bleu et carré » pourra être qualifié de « K b ca ». Si ce bloc est « à la fois non-rouge et non carré », on écrira « K N r N ca ». Mais si on écrivait « N K r ca » cela signifierait « Non à la fois rouge et carré », ce qui est différent.

A (pour Alternative) désigne la disjonction « ou… ou ». On le place, également, DEVANT le symbole des attributs. Ainsi « Ou bleu ou triangle » s'écrit « A b tr ». Si la disjonction comporte l'emploi de « non » (le seau rempli de blocs « ou jaunes ou non-rectangles »), on écrit, avec cet exemple, « A j N re »

Choix des pièces – Notation

Krca	=	à la fois rouge et carré
KNbNca	=	à la fois non-bleu et non-carré ; par ex. : tr j.
NKjtr	=	non à la fois jaune et triangle ; par ex. : tr r ou c j.
KNjtr	=	à la fois non-jaune et triangle ; par ex. : tr b.
KNNrNNtr	=	à la fois non-non-rouge et non-non-triangle : r tr.
Abre	=	ou bleu ou rectangle ; par ex. : carré bleu ou rectangle rouge.

1er jeu. Pour y jouer, reprenons le diagramme de Venn à deux ou à trois attributs. Au lieu de marquer le premier cerceau « Non-rouge », marquons le « Nr », et au lieu de marquer le second « rectangle », marquons le « re » (De même « ép » pour épais et « mi » pour « mince). On joue comme d'habitude, et il faut que les enfants trouvent un nom, puis un symbole, pour l'intersection. Dans ce cas, c'est « non-rouge et rectangle », ce qui donne « K N r re ».

Avec trois cerceaux, on étiquette « b », « N tr » et « N gr », ce qui signifie « bleu », « non-triangle », « non-grand ». Dans l'une des intersections on trouve les blocs « bleus et non-triangles et non-grands », ce qui se marque « K K b N tr N gr ». Les autres intersections sont « bleu et non-grand » (K b N gr), « bleu et non-triangle » (K b Ntr), « non-triangle et non-grand » (K N tr N gr), et ainsi de suite.

2e jeu. Pour ce jeu, on prépare un certain nombre de cartes ou de plaquettes en plastique[1], sur lesquelles on marque des symboles, de manière à désigner un ou plusieurs blocs de l'univers. Un enfant bat les cartes, en tire une à la fois, et cherche le bloc ou les blocs correspondants aux symboles, et pose le tout, carte et blocs. Plus tard, on pourra demander aussi aux enfants de noter soigneusement dans leur cahier ce qu'ils ont fait, mais pour le moment ce n'est pas nécessaire.

Supposons qu'un enfant tire une carte marquée « K N r N ca ». Il n'a plus qu'à sortir tous les blocs qui sont à la fois non-rouges et non-carrés, mais s'il n'en sort qu'un seul, on acceptera pour le commencement cette réponse.

3e jeu. Pour jouer ce jeu, il faut beaucoup de petits bouts de bois ou de cartons portant chacun un symbole. On les pose à l'envers, de manière que le symbole ne soit pas visible. L'enfant en tire, par exemple, deux au hasard, et les utilise, dans l'ordre où ils ont été tirés, pour jouer le même jeu que tout à l'heure. Il peut se faire, cependant, que les deux marques tirées n'aient, ensemble, aucun sens ; dans ce cas, on n'en tient pas compte, ou on les met de côté.

Puis, l'enfant en tire trois, puis quatre à la fois, et essaie de choisir le bloc correct. En poussant plus loin, il peut arriver que l'enfant ait, par exemple, « K N N ca N Nr » (« à la fois non-non-carré et non-non-rouge) : il choisira un carré rouge.

Pour varier ce jeu, ou le précédent, une fois qu'on a tiré des symboles et choisi le ou les blocs, on brouille le tout à nouveau et on recommence à tirer les plaques : les enfants s'aperçoivent alors que les blocs correspondants sont tout différents (Et il peut même se faire que les symboles ne donnent pas de sens utilisable). Ainsi, « K N j tr », qui voulait dire « à la fois non-jaune et triangle » peut devenir une fois brouillé et tiré de nouveau, « K j N tr », ce qui signifie « à la fois jaune

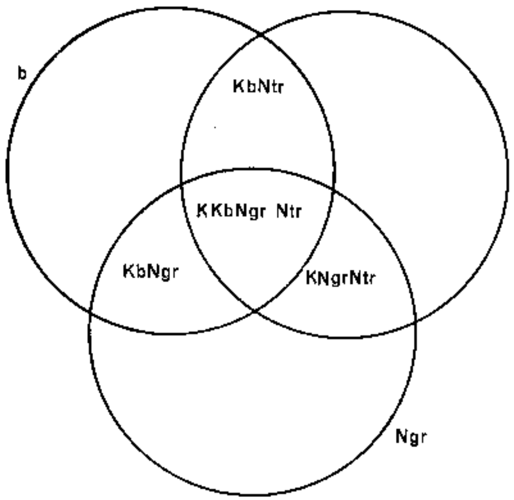
1. Le laboratoire de mathématique de l'O.C.D.L. comporte des plaques en plastique.

et non-triangle », ce qui est tout différent. Mais si c'est « K tr j N » qui sort, cela ne veut rien dire du tout, car « N » placé à la fin ne se rapporte à rien. En général, on ne met pas le K dans les cartes à battre à ce stade, mais si on le met, il faut avoir au moins cinq symboles.

4e jeu, que les enfants trouvent très difficile. On dispose trois cerceaux en diagramme de Venn, on y attache les étiquettes-symboles, mais on joue sans blocs. Par exemple, marquons le premier cerceau « N ca », le second « r » et le troisième « N gr ». On demande ensuite aux enfants de marquer toutes les intersections.

5e jeu. Se joue encore avec un diagramme de Venn, mais cette fois on se contente de poser, dans une intersection, les symboles des blocs qui devraient s'y trouver. Les enfants doivent trouver les symboles qu'il faudrait mettre dans tous les autres secteurs. Bien entendu, il y a plus d'une manière d'étiqueter les cerceaux, mais si la solution proposée satisfait aux symboles posés, on la tient pour bonne.

Nous recommandons aux maîtres de lire attentivement la section du texte consacrée à ces symboles logiques. Quand les enfants ont pratiqué quelque temps la notation symbolique, ils s'y sentent parfaitement à l'aise et n'éprouvent plus aucune difficulté à symboliser.



Notation employée pour les blocs :

b=bleu
Ntr= non-triangle
Ngr=non grand
ainsi :
KbNtr=à la fois bleu et non-triangle
KKbNgrNtr= à la fois bleu, non-grand et non-triangle

Fig. 28

2. JEUX DE TRANSFORMATIONS

2.1. *Le jeu de reproduction ou de copie*

Pour jouer à ce jeu, il faut deux équipes adverses chacune disposant d'un jeu complet de blocs. Dans une première phase, chaque équipe prend six ou huit blocs, les mêmes de chaque côté. Ainsi, par exemple,

chaque équipe aura tous les carrés rouges épais, ou tous les grands blocs minces, et tout bloc placé devant une des deux équipes a son correspondant exact devant l'autre équipe.

La première équipe fait une construction ou un assemblage quelconque, et l'autre doit faire exactement le même. Puis on inverse les rôles, et c'est la seconde équipe qui crée le modèle. On porte à douze le nombre des blocs et on recommence. On augmente encore le nombre des blocs, progressivement.

2.2. *Le jeu de copie avec changement de couleurs*

Pour ce jeu, chaque équipe dispose également des mêmes blocs, mais en deux couleurs seulement, par exemple les rouges et les bleus. La première construit, la seconde copie, mais il est entendu que si la première prend un bloc bleu, la seconde prendra le bloc de même forme, mais rouge, et inversement. On commence avec huit blocs par équipe, puis on augmente ce nombre progressivement avec chaque nouveau jeu.

On recommencera, le jeu avec trois couleurs, par exemple avec les jaunes en plus, et il est entendu qu'on s'en tient à la règle selon laquelle pour les blocs rouges ce sont des blocs bleus qui sont placés dans la « copie », mais que lorsque la première équipe utilise un bloc jaune, la seconde en fait autant. Ainsi, la construction est copiée exactement dans la forme mais avec inversion de couleurs entre les rouges et les bleus, et exactement, sans transformation de couleur, pour les blocs jaunes.

On peut ensuite laisser les enfants décider, d'eux-mêmes, d'autres inversions de couleurs.

2.3. *Le jeu de copie avec changements cycliques de couleurs*

Il est assez vraisemblable que les enfants imagineront ce jeu d'eux-mêmes, mais si ce n'est pas le cas, le maître peut le leur suggérer. Par exemple, on jouera une partie en décidant que les rouges sont copiés en bleu, les bleus en jaune, et les jaunes en rouge. Dans une autre partie, on adoptera un autre cycle de changements de couleurs : le rouge devient jaune, le jaune bleu et le bleu rouge. Il n'y a aucune raison de ne pas constituer plus de deux équipes ; on peut en faire trois, quatre, plus même, à condition que chacune ait un jeu complet de blocs. On peut décider que la première équipe construit un bâtiment, que la seconde le copie selon une certaine règle et la troisième selon une autre règle, et ainsi de suite.

2.4. *Le jeu de copie avec changements de grandeur ou d'épaisseur*

On met la partie en route en distribuant à chacune des deux équipes la moitié des blocs d'une boîte – les grands à l'une, les petits à l'autre ou encore les épais à l'une et les minces à l'autre, et on joue « à copier ».

On peut, bien entendu, associer deux types de transformations, et, par exemple, une des équipes peut copier en remplaçant tous les grands par des petits et tous les épais par des minces.

2.5. *Le jeu de copie avec changement de forme*

On prépare le jeu en donnant tous les carrés et tous les triangles à une équipe, tous les rectangles et tous les cercles à l'autre. On décide qu'à tout carré posé par la première équipe correspondra un rectangle dans la seconde, et à tout triangle de la première un cercle dans la seconde. Aux parties suivantes, ce sont les enfants qui décident eux-mêmes des règles applicables aux transformations.

Là aussi, on peut introduire les changements cycliques. Par exemple, tout carré deviendra triangle, tout triangle deviendra cercle, tout cercle rectangle et tout rectangle carré. On laisse les enfants décider d'eux-mêmes des autres changements.

2.6. *Combinaison de transformations*

Revenons à la situation dans laquelle une maison ou un motif, étaient transformés, par une règle, en un autre, puis où cet autre était, à son tour, transformé par une autre règle. Prenons, par exemple, les changements cycliques de couleurs. Commençons par un bâtiment et posons comme première règle, comme auparavant, que le rouge change en bleu, mais que le jaune ne change pas. Puis, que l'autre équipe applique à son tour la même règle : le bleu change en rouge et le rouge change en bleu, le jaune ne change pas. Que découvre-t-on au bout de deux parties ? On remarque que l'on est revenu au bâtiment original, et si on recommence sans cesse, on fait toujours la même constatation.

Demandons aux enfants d'appliquer une règle analogue, par exemple que le rouge change en jaune, le jaune en rouge, mais que le bleu demeure inchangé. Que se passe-t-il si on joue deux parties l'une après l'autre ?

Prenons, maintenant, deux règles. Première règle – tout est copié tel quel ; deuxième règle – le bleu devient jaune, le jaune bleu, et le rouge demeure inchangé. Si on joue ce jeu coup sur coup, revient-on au bâtiment original ? Au bout de combien de parties ? Gardons la première des deux règles, et adoptons comme seconde règle que le rouge devient jaune, le jaune rouge, et que le bleu ne change pas. Si on joue ce jeu coup sur coup, revient-on au bâtiment original ? Au bout de combien de parties ?

Et maintenant, si on décide que le bleu devient rouge, le rouge jaune et le jaune bleu, que se passe-t-il ? Revient-on au bâtiment d'origine, et au bout de combien de parties ? Et si on s'arrête au bout de deux parties ? Qu'a-t-on alors ? Aurait-on pu arriver au même résultat en une seule partie ? Quelles règles aurait-il alors fallu employer ?

Essayons encore ce genre de jeu. D'abord, posons deux règles. La première, par exemple, ce sera que les carrés deviennent cercles, les cercles carrés, les triangles deviennent rectangles et les rectangles triangles ; la seconde, ce sera que les carrés deviennent triangles et les triangles carrés, les cercles rectangles et les rectangles cercles. Quand on a joué deux parties, comment se présente le bâtiment ? Aurait-on pu obtenir le même résultat en une seule partie ? Avec quelles règles ?

2.7. *Combinaison de transformations cycliques*

Revenons à nos changements de couleurs cycliques. Prenons comme règle de changement cyclique de couleur que le rouge devient jaune, le jaune bleu et le bleu rouge. Transformons notre premier bâtiment en un second et appliquons les mêmes règles au second bâtiment pour en obtenir un troisième. Quelle règle aurait-il fallu adopter pour passer, d'un seul coup, du premier au troisième bâtiment ?

Jouons maintenant avec plusieurs règles. Dans certains cas, on découvre qu'en appliquant deux règles coup sur coup, on revient à la première construction en deux parties. Essayez de découvrir certaines de ces combinaisons de parties. On les appelle des inverses.

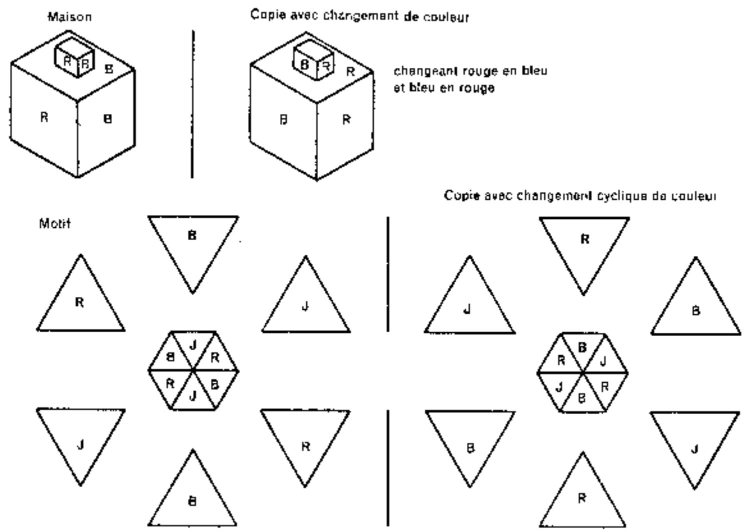


Fig. 29

TABLE DES MATIÈRES

DEUXIÈME PARTIE : JEUX LOGIQUES

Imprimé par les Presses Saint-Augustin à Bruges (Belgique)
pour les Éditions de l'Office Central de Librairie (O.C.D.L.), Paris

NOTE ET ERRATA

Les jeux et les exercices proposés dans ce livre conduiront les enfants à la découverte d'un certain nombre de concepts logiques et ensemblistes. Le symbole verbal ou écrit ne devra jamais être imposé à l'enfant avant que celui-ci n'en éprouve le besoin. On acceptera dans une première phase le symbole choisi par l'enfant. Ainsi, il pourra appeler « bloc » ou « pièce » un *élément* de *l'univers* des « blocs logiques ». Le terme « élément » sera suggéré au moment où le concept *d'ensemble* sera acquis. Dans la liste des errata ci-dessous, les termes corrects, c'est-à-dire les symboles généralement admis, sont rappelés pour permettre aux maîtres de les employer à bon escient. On corrigera aussi des erreurs de traduction dont nous nous excusons.

page		
13	10^e^ ligne d'en bas	*au lieu de* les éléments *lire* ensembles
14	19^e^ ligne d'en bas	*au lieu de* partie commune *lire* élément commun
14	7^e^ ligne d'en bas	*au lieu de* ou bien… ou bien *lire* « ou » pris dans le sens inclusif
15	15^e^ ligne d'en haut	*au lieu de* conjonction *lire* connecteur
26		*au lieu de* Le jeu des 20 questions *lire* Jeu limité à 20 questions
30	11^e^ ligne d'en haut	*au lieu de* groupe *lire* sous-ensemble
30	16^e^ et 17^e^ lignes d'en bas	*lire* Ce premier exercice a pour but de découvrir la relation qui existe entre « et » et « non »
31	8^e^ ligne d'en bas	*au lieu de* section *lire* sous-ensemble
33	9^e^ ligne d'en bas	*remplacer le texte des lignes 7 à 9 par :* « la négation d'une disjonction est la conjonction de la négation des attributs de la disjonction ; ainsi « non 'carré ou jaune' » est identique à « non-carré et non-jaune ».
34	4^e^ ligne d'en haut	*au lieu de* calcul propositionnel *lire* calcul des attributs
46	8^e^ ligne d'en bas	*au lieu de* conjonction *lire* connecteur
59	6^e^ et 19^e^ lignes d'en bas	*au lieu d'*attribut conjoint *lire* « attribut conjonctif »

82	1.33. Jeux de négation	Remarque générale : pour nier un attribut le langage enfantin emploie volontiers « pas », exemple « pas rouge ». Proposer aussitôt que possible la négation correcte, exemple « non-rouge ».
85	11[e] et 15[e] lignes d'en haut	*au lieu de* division *lire* partition
88	8[e] ligne d'en bas	*au lieu de* les disjonctions *lire* la disjonction
91	1[re] ligne d'en bas	*au lieu de* principe *lire* résultat

92 remplacer les quatre dernières lignes d'en bas par le tableau suivant :

Kr □	signifie « rouge et carré »
KNbN □	signifie « non-bleu et non-carré »
NKj △	signifie « non-jaune et triangle »
KNNrNN △	signifie « non-non-rouge et non-non-triangle »
Ab □	signifie « bleu ou carré »

Imprimé en Belgique.