

## PROBLEMATHS

17 septembre 2018

### ÉNONCÉS

#### Problemath 1

Quelles sont les racines réelles de l'équation  $x^6 + 10x^5 + 10x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 10x + 9 = 0$ ?

#### Problemath 2

Dans le plan euclidien  $\mathbb{R}^2$ , soit  $P$  un polygone convexe (non nécessairement régulier) ayant 21 côtés. Si on trace toutes les diagonales de  $P$  (c'est -à-dire toutes les droites joignant deux sommets de  $P$  non reliés par un côté), au moins deux de ces diagonales formeront un angle dont la mesure est inférieure à  $1^\circ$ . Vrai ou faux?

#### Problemath 3

Etant donné un entier  $n > 0$ , on le divise par 3 si c'est un multiple de 3, sinon on lui ajoute 10. En répétant indéfiniment ce processus, on obtient une suite d'entiers. Par exemple, si  $n = 16$ , on obtient

16, 26, 36, 12, 4, 14, 24, 8, 18, 6, 2, 12, 4, 14, ...

Dans cet exemple, la suite obtenue devient périodique (de période 8) à partir du quatrième terme. Quels sont les entiers  $n$  dont la suite associée devient périodique à partir d'un certain terme, et quelle est alors la période de cette suite?

### COMMENTAIRES

Résoudre des problèmes permet de se rapprocher de l'activité du chercheur et de percevoir la mathématique comme une science vivante. D'autre part, du fait que leur résolution exige souvent autre chose que la routine et les recettes, les problèmes développent l'aptitude à maîtriser des situations nouvelles.

Vous avez découvert ci-dessus trois énoncés de problèmes. Si vous en résolvez plusieurs, nous vous prions de le faire sur des feuilles séparées, pour faciliter le travail des correcteurs. Les solutions doivent nous parvenir au plus tard **le vendredi 5 octobre à 14h** (date limite à respecter scrupuleusement!). Si vous êtes sur le Campus de la Plaine, vous pouvez déposer vos solutions dans une boîte aménagée à cet effet au 8ème étage du Bâtiment NO, dans le local 2.08.109, ou les remettre à Jean DOYEN (bureau 2.08.208). Si vous êtes à l'Ecole polytechnique sur le Campus du Solbosch, vous pouvez les remettre à Anne DELANDTSHEER ou les déposer dans la boîte aux lettres qui se trouve sur la porte UA4.112 (Bâtiment U, porte A, 4ème étage), à l'entrée du Service de Mathématiques. Prière d'indiquer clairement vos NOM et PRENOM - section et année d'étude (BA1.math., BA2.phys., BA1.polytech., etc...).

Les noms de ceux qui auront fourni des solutions correctes seront publiés avec les énoncés suivants (attention: pour qu'une solution soit considérée comme correcte, il faut qu'elle

soit soigneusement justifiée). Tous ceux qui auront résolu plus de la moitié des Problemaths proposés pendant l'année académique 2018-2019 se verront attribuer un prix et un diplôme.

L'équipe Problemaths, composée de Christine CUTTING, Anne DELANDTSHEER, Julie DISTEXHE, Jean DOYEN, Keno MERCKX, Carole MULLER et Adrien VANDENSCHRICK, vous souhaite de joyeuses cogitations problématiques !

### LA PENSÉE DU JOUR

"*Les mathématiques sont la poésie des sciences* " (Léopold Sédar SENGHOR, poète et homme politique sénégalais, 1906-2001) .

"*Les mathématiques ne sont pas une moindre immensité que la mer*" (Victor HUGO, écrivain français, 1802-1883).

"*I consider that I understand an equation when I can predict the properties of its solutions, without actually solving it* " (Paul DIRAC, physicien anglais, 1902-1984, Prix Nobel de physique 1933).