

## PROBLEMATHS

21 janvier 2019

Voici les derniers problèmes que nous soumettons à votre sagacité pour cette année académique 2018-2019.

**Problemath 10:** Dans le plan euclidien  $\mathbb{R}^2$ , on désigne par  $A, B, C$  les mesures des angles d'un triangle et par  $a, b, c$  respectivement les longueurs des côtés opposés à ces angles. Sachant que  $\frac{\cos A}{2} = \frac{\cos B}{9} = \frac{\cos C}{12}$ , que valent  $x$  et  $y$  dans la proportion  $\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{4}$ ?

**Problemath 11:** Existe-t-il une fonction continue  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  telle que, pour tout  $r \in \mathbb{R}$ , le nombre de solutions  $x \in [0, 1]$  de l'équation  $f(x) = r$  soit un entier pair  $\geq 0$ ?

**Problemath 12:** Dans le plan euclidien  $\mathbb{R}^2$ , soit  $P$  un polygone régulier de  $n$  sommets, inscrit dans un cercle  $C$  de rayon  $r$ . Pour quels points  $p$  de  $C$  le produit des distances de  $p$  aux sommets de  $P$  est-il maximum ?

**Problemath 13:** On dessine une rangée de  $n$  cases vides sur une feuille de papier. Alice et Bob jouent alors au jeu suivant. A tour de rôle, chacun d'eux écrit une des deux lettres "A" ou "H" dans une case vide. Le gagnant est le premier qui complète l'écriture de "AHA" dans 3 cases adjacentes. Pour quelles valeurs de  $n \geq 3$  Alice, qui joue première, a-t-elle une stratégie gagnante, lui assurant la victoire quoi que fasse Bob ?

Les solutions doivent nous parvenir **au plus tard le vendredi 8 mars à 14h**. Les solutions reçues après cette date limite ne seront plus acceptées.

### LES PENSEES DU JOUR

*"Monsieur Fourier avait l'opinion que le but principal des mathématiques était l'utilité publique et l'explication des phénomènes naturels; mais un philosophe comme lui aurait dû savoir que le but unique de la science, c'est l'honneur de l'esprit humain et que, sous ce titre, une question de nombres vaut autant qu'une question du système du monde" (Carl Gustav JACOBI, mathématicien allemand, 1804-1851).*

*"Many say that mathematics is important because it is used to build computers, say. I wouldn't agree with that view and would argue that its real value is more indirect and hidden. After all, people working in the most abstract mathematical fields, devoid of any practical applications, are still sought after for the skills they developed in thinking about these questions" (Peter SCHOLZE, mathématicien allemand né en 1987, Médaille Fields en 2018).*

*"It is the duty of all teachers, and of teachers of mathematics in particular, to expose their students to problems much more than to facts" (Paul HALMOS, mathématicien américain, 1916-2006).*

*"Dans les sciences mathématiques, une bonne notation a la même importance qu'une bonne classification dans les sciences naturelles" (Henri POINCARÉ, mathématicien français, 1854-1912).*

*"Je pense qu'il n'est pas possible de comprendre les mathématiques d'aujourd'hui si l'on n'a pas au moins une idée sommaire de leur histoire" (Jean DIEUDONNE, mathématicien français, 1906-1992).*