

PROBLEMATHS 23 janvier 2020

Voici les derniers problèmes que nous soumettons à votre sagacité pour cette année académique 2019-2020.

Problemath 10: Pour quelles valeurs de l'entier n existe-t-il une matrice carrée $n \times n$, à coefficients 0 ou 1, telle que les sommes des coefficients dans les n lignes soient toutes différentes et les sommes des coefficients dans les n colonnes soient toutes égales?

Problemath 11: Etant donnés deux nombres réels $a, b \in [0, 1]$ tels que $a + b = 1$, soit D un disque fermé de rayon a dans l'espace euclidien \mathbb{R}^3 et soit D^* l'ensemble des points de \mathbb{R}^3 dont la distance à D est $\leq b$ (la distance d'un point p au disque D est par définition le minimum des distances de p aux points de D). Pour quelles valeurs de a et b le volume de D^* est-il maximum?

Problemath 12: Quelles sont les fonctions $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, indéfiniment dérivables et non constantes, telles que $f(x + y) - f(x - y) = f'(x)f'(y)$ pour tout $x, y \in \mathbb{R}$?

Problemath 13: Quels sont tous les couples (p, q) d'entiers > 0 tels que $1^p + 2^p + \dots + n^p = (1 + 2 + \dots + n)^q$ pour tout entier $n > 0$?

Les solutions doivent nous parvenir au plus tard **le vendredi 6 mars à 14h**. Les solutions reçues après cette date ne seront plus acceptées.

LES PENSEES DU JOUR

"Problems are the lifeblood of mathematics" (David HILBERT, mathématicien allemand, 1862-1943).

"Don't listen to the person who has the answers; listen to the person who has the questions" (Albert EINSTEIN, physicien allemand, 1879-1955, Prix Nobel de physique en 1921).

"It is a mysterious thing in fact how something which looks attractive may have a better chance of being true than something which looks ugly. I am sure that successful research workers in practically any field would be familiar with this phenomenon" (Roger PENROSE, mathématicien et physicien anglais né en 1931, Prix Wolf de physique en 1988).

"Ma cohabitation passionnée avec les mathématiques m'a laissé un amour fou pour les bonnes définitions, sans lesquelles il n'y a que des à peu près" (STENDHAL, écrivain français, 1783-1842).

ILS SE CACHENT. RETROUVEZ-LES

Les 33 noms qui se cachaient dans le texte sont, dans l'ordre de leur apparition: Abel, Bell, Hermite, Lagrange, Banach, Hadamard, Dieudonné, Dupin, Painlevé, Villani, Grothendieck, Connes, Pólya, Dandelin, Hilbert, Erdős, Descartes, Markov, Catalan, Stevin, Apéry, Picard, Poisson, Poincaré, Lang, Daubechies, Thom, Bernoulli, Rolle, Hypatie, Nash, Cantor, Germain.

Pour terminer en beauté, voici 3 superbes petits films sur les équations différentielles et aux dérivées partielles:

https://www.youtube.com/watch?v=p_di4Zn4wz4

<https://www.youtube.com/watch?v=ly4S0oi3Yz8>

<https://www.youtube.com/watch?v=ToIXSwZ1pJU>

