MATHEMATIQUE

4^e

Francis BUEKENHOUT . Professeur à l'Université libre de Bruxelles

Monique FREDERICKX - ERTRYCKX . Professeur à l'Athénée Riva-Bella de Braine l'Alleud

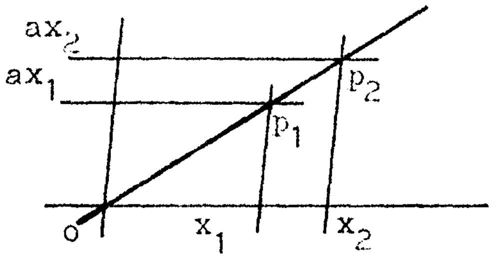
Huguette MEUNIER - DECLERCQ . Professeur à l'Athénée François Rabelais d'Ixelles

Première Edition

1983

ERRATA .

Page - ligne .	Lire :
p.II, l. avant dernière	...Culus...
p.5, l.17	...précise ce que...
p.6, l.5	...B = 0 <u>ou</u> C = 0...
p.7, l.6 exercice 5)	... f) $x^2 + y^2 = 25$
p.7, graphique	

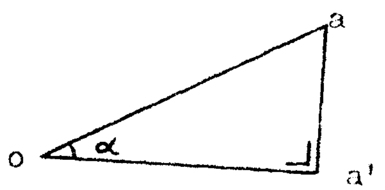


p.7, l.-5 (5ème ligne en comptant à partir de la dernière)

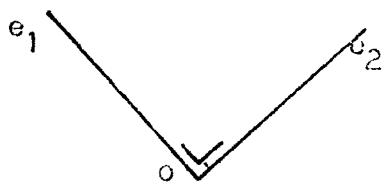
...$h((x_1, o), p_1) = (x_2, o), p_2$

et $h((o, ax_1), p_1) = (o, ax_2), p_2$...

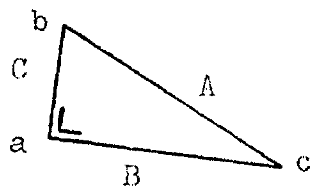
p.9, exercice 6, n")	...n") $ax + b > 0$
p.13, exercice 14, a, 7)	...(tiens un morphisme !)...
p.14, exercice 17, a)	... $(\frac{1}{9} - \frac{1}{x^2})$...
p.20, graphique	



p.23, l.23	...standard...
p.24, graphique	



p.25, l.14	...c'est-à-dire...
p.28, l.-3	...sont isomorphes...
p.30, l.4	...$a \in C$...
p.31, l.-7	...c'est-à-dire...
p.33, premier dessin	



p.35 l.16 ...2) $\mathbb{R}_0$, x...

p.38 l.11 ...Un calcul simple livre m = ...

p.38 l.12 ...c'est-à-dire...

p.47 exercice 2 tableau ...$\overline{a} \cdot \overline{b}$...

p.48 exercice 6 ...si $|oa| = 1$...

p.51 ex.16 ...$p \in [a,b]$, $q \in [b,c]$, $r \in [c,a]$ ...

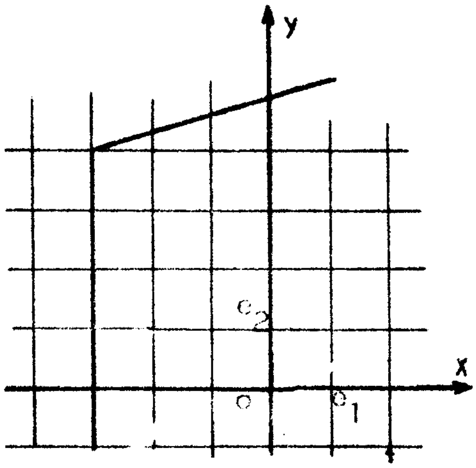
p.51 ex.20 ...dans une salle de sport...

p.56 ex.35,d) ...tangent en o à oy...

p.60 l.-4 ... $y - 6 = a(x - 4)$ ou $x = 4$

p.61 ex.1 ...f) p = (2, 0), q = (2, 0)...

p.65 dessin



p.72 l.-4 35. Dans un...

p.78 l.4 ...c'est-à-dire...

p.80 l.-7 ...c'est-à-dire...

p.81 tableau ...

Terre	Mars	Jupiter	Saturne
$1{,}49 \cdot 10^8$	$2{,}28 \cdot 10^8$	$7{,}78 \cdot 10^8$	$1{,}43 \cdot 10^9$

p.83 l.14 ...formule $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

p.88 ex.38 - 6) $\left[\left[a + (a^2 - b^3)^{1/2}\right]\left[a - (a^2 - b^3)^{1/2}\right]\right]^{1/3}$

p.93 l.5 ...c'est-à-dire...

p.99 l.-6 ...sin (39°)...

p.110 l.21 ... $\frac{d(o', p')}{d(o', q')} = \frac{d(o, p)}{d(o, q)}$

p.111 ex.14 - a) ... Soit t la translation...

p.119 l.7 ...Jesus-Christ...

p.123 ex. 2 - b) ...le côté du carre...

p.127 l.6 ...sinon la fonction...

p.133 l.9 ...alliages...kilogrammes...

p.142 l.5 ...la niche peut loger...

p.152 ex.29 ...esquisser $y = \frac{(\ldots}{(\ldots}$

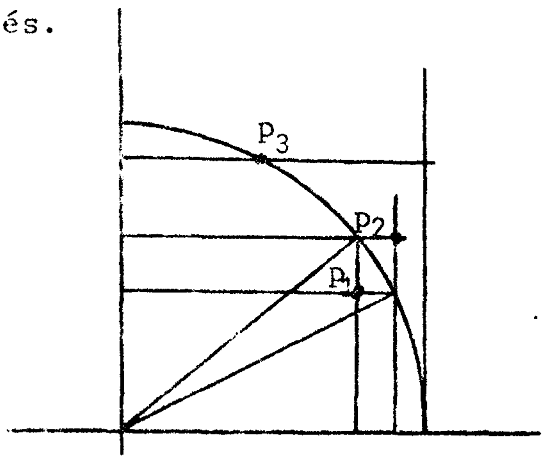
p.153 l.9 ... $\rho = 0$ $P = + \frac{c}{a}$

p.153 ex.36 - j) ...$(m + 2) x^2 +$...

p.154 l.-2	...$c = \dfrac{-r \pm \sqrt{r^2 + 4r^2}}{2}$
p.159 ex.1	...carré magique 3×3...
	...ayant 3 lignes et...
p.171 l.-9	...c'est-à-dire...
p.171 l.-5	...c'est-à-dire...
p.176 l.-4	...c'est-à-dire...
p.172 ex.6 - c)	...$\sum_{i=1}^{n} \dfrac{1}{4i^2 - 1} =$
p.178 l.-9	...constitue...
p.178 l.-8	...est nul...
p.179 l.10	...$\dfrac{b_1 - a_1}{d_1 - c_1} = \dfrac{b_2 - a_2}{d_2 - c_2} = \dfrac{b_3 - a_3}{d_3 - c_3}$...
p.180 cadre (6)	...$(x_1 - a_1)$
	...$(x_2 - a_2)$
	...$(x_3 - a_3)$
p.182 l.5	...c'est-à-dire...
p.182 l.16	...c'est-à-dire...
p.182 l.22	...est le point $\overline{p} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \overline{a}_i$
p.182 l.15	...affectés des masses α, β, γ
p.185 l.11	...$1{,}41 \leqslant \sqrt{2} \leqslant 1{,}42$...
p.185 l.22	...(lire delta a)...
p.187 ex.4	...135,21 m $\pm$ 0,50 m...
p.186 l.1	...+ $(\Delta a + \Delta b)$...
p.194 l.4	...concourantes...
p.73 l.10 et 11	...points (x_1, y_1) et (x_2, y_2)

chapitre 7

p.91	11.	$x^4 - x^2 + \frac{1}{16} = 0$
p.93	9.	$tg(a \pm b) = \ldots$
p.96	dessin de ex 14	les points p_1 et p_2 sont mal placés.



INTRODUCTION

- Le cours de mathématique de quatrième que nous présentons ici, constitue une suite logique des manuels " VIVRE LA MATHEMATIQUE 1, 2, 3 " par F. Buekenhout, H. Meunier et M. Tallier, publiés chez Didier - Hatier . Nous nous référons à ces textes par les sigles VM1, VM2, VM3 .

- Nous nous adressons
  - aux étudiants qui préparent l'agrégation en sciences mathématiques et qui recherchent des modèles efficaces en vue d'élaborer peu à peu leur enseignement
  - aux professeurs qui sont disposés à se remettre en question, car nous n'avons pas hésité à sortir des sentiers battus de la tradition, ni à déborder du cadre du programme, lorsque ceci nous paraît à la fois possible et souhaitable .
  - aux élèves qui sont disposés à l'effort et au plaisir de l'étude ; ils sont constamment au coeur de notre attention et c'est à eux que nous dédions ce travail .

- Notre cours est basé sur une expérience effectuée dans les Athénées F. Rabelais à Ixelles et Riva-Bella à Braine l'Alleud, dans des classes normales . Certains élèves avaient travaillé avec les VM1, 2, 3 et d'autres pas du tout . Le manque d'homogénéité dans la préparation antérieure est un phénomène avec lequel le professeur doit compter constamment et qui amène souvent à puiser dans les textes antérieurs .

- Le cours est conforme aux programmes qui sont entrés en vigueur le premier septembre 1983 et dont nous livrons le texte en préambule . L'utilisateur se rendra compte que le programme fixe des objectifs minimaux . Il va de soi que toute action d'enseignement est une interprétation du programme et que des interprétations parfois très différentes sont à la fois possibles et souhaitables . Les auteurs seront les premiers à modifier leur point de vue, en fonction de l'évolution de leur expérience, de leurs goûts, de leurs acquisitions et surtout en fonction des réactions de leurs élèves .

- Si le programme est parfois dépassé par un point de vue plus ambitieux, c'est dans la mesure même où le VM3 a été assimilé . En pratique, le retour à VM3 s'impose souvent dans la classe . Ceci nous amène à une donnée essentielle : l'enseignement est présenté selon une <u>progression en spirale</u> dans laquelle les matières sont liées les unes aux autres . Elle suppose une progression graduelle partant de l'acquis des élèves, pour s'élever peu à peu vers des points de vue plus efficaces où les points de vue anciens sont à la fois renforcés, modifiés, dépassés et synthétisés . Le principe d'enseignement en spirale, rend l'utilisation d'un manuel délicate . En revanche, il s'accorde mieux avec l'utilisation continue d'une série de manuels qui permet les indispensables retours en arrière . La spirale se consolide par une reprise des notions essentielles de troisième avec plus d'exigences, reprise d'ailleurs prévue par les programmes et elle se prolonge déjà par un premier contact avec des notions de cinquième .

- Les exigences de l'enseignement en spirale peuvent conduire à un texte touffu, afin que toutes les étapes de la progression soient bien accessibles au lecteur . L'indispensable <u>synthèse</u> est facilitée par un <u>résumé</u> à la fin de chaque chapitre .

- En tête de chaque chapitre nous signalons si celui-ci relève du programme 4h/s, 6h/s ou s'il s'agit d'une matière "Hors programme" .

- La consultation occasionnelle en vue d'un renseignement précis, est facilitée par un index alphabétique très détaillé, placé à la fin du livre .

- L'étude d'un chapitre isolé est facilitée par des indications préalables sur les connaissances supposées acquises et sur les objectifs poursuivis .

- Les exercices occupent la place essentielle dans le travail proposé aux élèves . C'est l'activité de l'élève, réalisée en classe ou ailleurs, qui est la composante la plus importante de sa formation, quelles que soient par ailleurs, les qualités de son professeur et du matériel dont il dispose . Nous avons tâché de présenter le plus souvent possible, des énoncés attrayants et de développer des thèmes sortant du cadre de la tradition, sans verser pour autant dans la nouveauté et le spectaculaire à tout prix . Il y a des thèmes qui sont demeurés essentiels depuis l'époque Babylonienne et des techniques peu agréables en soi peuvent nécessiter une certaine répétition afin d'atteindre des points de vue offrant des développements plus spectaculaires . La récompense peut se trouver au bout d'un effort assez long et stérile en apparence .

- On ne construit pas un enseignement sans consulter des sources nombreuses et variées . Nos principales références bibliographiques figurent à la fin du volume . Nous devons en outre, une aide précieuse à de nombreuses personnes et institutions, en particulier à Messieurs A. Warbecq, J. Doyen et C. Cullus que nous sommes heureux de remercier ici .

Programme de Mathématique - Cours à 6h/s - 1983 .

Préliminaire .

Il est bon de procéder à une mise au point du vocabulaire et des notions de logique qui sont d'un emploi courant en mathématique . On pourra y consacrer quelques leçons au début de l'année scolaire mais on veillera surtout à employer constamment cette matière comme outil de compréhension .
On exercera les élèves à :
- présenter des travaux soignés ;
- préciser les données du problème traité et ce qui est demandé ;
- utiliser correctement les locutions "et", "ou", "non", "donc", "d'où", "car", "il existe", "pour tout", "si", "seulement si", etc ;
- formuler clairement les raisonnements ;
- énoncer ou rédiger clairement la réponse à la question posée, ou la conclusion du raisonnement élaboré .

Algèbre .

L'entretien, l'amélioration ou la consolidation des acquisitions des élèves relatives aux différents points de la matière de troisième année (calcul dans le corps commutatif des réels, puissances, racine carrée et radicaux, encadrements, polynômes, factorisation, équations, inéquations et fonctions du premier degré) doivent être, tout au long de l'année, un des objectifs du professeur .
Comme introduction à l'algèbre des nombres réels, il est utile de faire une brève révision des divers ensembles de nombres en notant leurs inclusions et les propriétés des opérations .
Ce sera l'occasion de revenir sur le concept de groupe et d'introduire celui de corps .
On effectuera de nombreux calculs littéraux .
Le professeur sera particulièrement attentif aux remarques suivantes :
- la notation exponentielle des radicaux sera abordée afin de résoudre des problèmes posés par l'usage des calculatrices ;
- on traitera des exemples de factorisation de polynômes et de calcul de fractions rationnelles en rendant les élèves conscients des changements de domaine que certaines simplifications sont susceptibles d'entraîner .

Matière	Commentaires
Encadrement du quotient de nombres réels positifs .	Le calcul approché, déjà abordé dans la classe précédente, fera l'objet de nouveaux exercices . L'utilisation de calculatrices permettra d'éviter des calculs fastidieux .
Equivalence d'équations . Equivalence d'inéquations	A partir d'exemples simples et en ne se bornant pas aux équations du premier degré, le professeur familiarisera les élèves avec l'implication et l'équivalence d'équations ainsi que d'inéquations . On montrera entre autres que : $A \cdot B = 0 \Leftrightarrow (A = 0 \text{ ou } B = 0)$ $A = B \Leftrightarrow (A^2 = B^2 \text{ et } A \cdot B \geq 0)$ $A = B \Rightarrow A^2 = B^2$ On étudiera la validité des équivalences suivantes : $A = B \Leftrightarrow A + C = B + C$ $A = B \Leftrightarrow m \cdot A = m \cdot B$ On attirera l'attention sur les changements éventuels de domaine qu'entraînent certaines transformations .

	Ce sera l'occasion de préciser les éléments de logique indispensables et d'utiliser à bon escient les symboles d'implication et d'équivalence . Les liens entre l'implication d'équations et l'inclusion de leurs ensembles de solutions, ainsi qu'entre l'équivalence d'équations et l'égalité de leurs ensembles de solutions seront mis en évidence .
<u>**Premier degré**</u> .	
Résolution et discussion d'équations et d'inéquations du premier degré	
Interprétation graphique de $ax + by + c = 0$ et de $ax + by + c > 0$ (ou < 0), régions .	Ce point sera vu en liaison avec le volet "géométrie analytique" du programme de géométrie . On montrera que, a et b n'étant pas simultanément nuls, la représentation graphique de l'ensemble des solutions de l'équation $ax + by + c = 0$ est une droite . On prouvera que la représentation graphique de la fonction $x \longrightarrow ax + b$ est une droite . Cette représentation graphique permettra d'interpréter la variation de signe de cette fonction .
Equivalence de systèmes d'équations .	En relation avec la méthode des combinaisons linéaires, il est conseillé de montrer l'équivalence de systèmes de la forme : $\begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$ et $\begin{cases} A = 0 \\ pA + qB = 0 \end{cases}$ $(q \neq 0)$
Résolution et discussion de systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues . Interprétation graphique .	La résolution et la discussion d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues seront liées à la recherche des points communs à deux droites . On résoudra les systèmes numériques par la méthode des combinaisons linéaires ou par substitution en ayant soin d'analyser le processus utilisé .
Résolution de systèmes de trois équations à trois inconnues à coefficients numériques .	La résolution de systèmes homogènes sera associée au problème de la dépendance ou de l'indépendance linéaire des vecteurs colonnes formés par les coefficients des inconnues . On soulignera que toute combinaison linéaire de solutions d'un système homogène est une solution de ce système .
Résolution graphique de systèmes d'inéquations du premier degré à deux inconnues .	
Problèmes .	
<u>**Deuxième degré**</u> .	
La fonction $x \longrightarrow ax^2 + bx + c$; représentation graphique .	L'étude de la résolution de l'équation générale du second degré sera précédée de la résolution d'équations particulières . On démontrera ensuite la formule générale .
Résolution et discussion de l'équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$; somme et produit des racines .	On évitera le recours routinier à celle-ci dans le cas d'équations qui se résolvent plus aisément par d'autres procédés .

	Avant de discuter du signe des racines, on habituera les élèves à s'assurer de leur existence .
Résolution d'inéquations du second degré	La résolution de l'équation et de l'inéquation du second degré sera liée à la représentation graphique de la fonction $x \longrightarrow ax^2 + bx + c$.
Discussion d'équations du second degré dont les coefficients dépendent d'un paramètre .	Dans la discussion d'équations du second degré et dans les applications qui en dérivent, le professeur évitera tout développement exagéré et fera appel à la sagacité des élèves plutôt qu'à la routine . On rencontrera des équations bicarrées et des équations irrationnelles simples . En ce qui concerne les équations réductibles au second degré, on pourra, dans la résolution, tantôt faire usage d'équivalences, tantôt d'implications . Dans ce dernier cas, il est indispensable de s'assurer que les valeurs trouvées vérifient l'équation initiale .
Problèmes du second degré .	De même, dans la résolution de problèmes, la vérification devra porter sur l'énoncé .

<u>Géométrie</u> .

Le programme de troisième année a permis :
- d'étudier les isométries du plan, les homothéties, les triangles semblables ;
- de découvrir des propriétés géométriques des figures classiques .

En quatrième année, l'enseignement de la géométrie aura pour but :
- de consolider et d'étendre des notions acquises antérieurement et cela grâce à de nouveaux exercices relatifs aux figures géométriques ;
- de continuer la structuration du plan : un prolongement de l'étude des isométries et des homothéties conduira à la notion de similitude ;
- de préparer, quand l'occasion se présentera, à l'étude de la géométrie de l'espace .

L'étude de la géométrie se fera sous ses aspects synthétique, vectoriel et analytique .

<u>Matière</u>

Consolidation (par la résolution d'exercices) et prolongement des notions étudiées dans les classes antérieures entre autres angle inscrit dans un cercle et angle au centre associé	Le professeur veillera à faire résoudre quelques exercices de géométrie synthétique (propriétés à démontrer, problèmes de construction, lieux géométriques) notamment en mettant en oeuvre des homothéties et des isométries ; il recourra aussi à d'autres outils tels que les triangles isométriques et les triangles semblables . Lorsque différentes solutions seront proposées, il dégagera celle qui est la mieux adaptée au problème posé . Comme exercice illustrant le lien entre un angle inscrit dans un cercle et l'angle au centre associé, on recherchera : - l'ensemble des points d'où l'on voit un segment donné sous un angle donné ; - la condition pour que quatre points appartiennent à un cercle, en insistant sur le cas où les quatre points sont les sommets de deux triangles rectangles ayant la même hypoténuse .

Synthèse des transformations étudiées dans les classes antérieures ; existence de groupes de transformations : invariants auxquels ces groupes sont liés .	Dans les classes antérieures, les transformations et leurs invariants ont été employés principalement pour démontrer des propriétés de figures . En quatrième année, il importe, dans une brève synthèse, de les reprendre en soulignant leur caractère de transformations du plan et l'existence de groupes . On résoudra quelques exercices qui exploitent la stabilité de la composition de ces différents groupes de transformations pour la composition . On évitera, par contre, des exercices se limitant à des calculs formels dans ces groupes .
Similitudes envisagées comme transformations du plan .	Il n'est nullement question d'une étude exhaustive des similitudes ; on les fera apparaître comme composée d'une isométrie et d'une homothétie ou comme transformation qui multiplie les distances par un nombre réel positif (rapport de similitude) . Quelle que soit la démarche adoptée on signalera l'équivalence des deux définitions . On en déduira des propriétés fondamentales d'invariance (conservation de l'alignement, de l'amplitude des angles, du parallélisme, de la perpendicularité, de l'équidistance, du rapport des distances, ...) On distinguera les similitudes directes (reproductions à l'échelle) et indirectes . La recherche systématique du centre de similitude n'est pas prévue ; son existence sera constatée dans quelques cas particuliers intéressants (cas de la composée d'une rotation et d'une homothétie de même centre ; cas de la composée d'une homothétie et d'une symétrie orthogonale dont l'axe comprend le centre de l'homothétie) . Quelques exercices illustreront les similitudes, par exemple la démonstration des cas de similitude des triangles .
Relevé des propriétés qui conduisent à la notion d'espace vectoriel . Combinaison linéaire, dépendance et indépendance linéaire, droites vectorielles, équations vectorielles de la droite .	L'utilisation des vecteurs libres et des vecteurs liés du plan et de l'espace et des règles du calcul vectoriel relatives à l'addition et à la multiplication scalaire permet aux élèves de se familiariser avec les notions fondamentales relatives aux espaces vectoriels . Les notions de combinaison linéaire, de sous-vectoriel, de dépendance linéaire, de base, de coordonnées, de dimension seront ainsi rencontrées tout en recourant souvent au vocabulaire et à la représentation géométriques ; elles seront l'occasion de présenter l'écriture vectorielle des systèmes du premier degré . On montrera le parallélisme entre la résolution d'un système d'équations du premier degré et la détermination de l'expression du vecteur-colonne formé par les termes indépendants comme combinaison linéaire des vecteurs-colonnes formés par les coefficients des inconnues . Le système $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ peut aussi s'écrire $x\begin{pmatrix} a \\ a' \end{pmatrix} + y\begin{pmatrix} b \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c \\ c' \end{pmatrix}$

La détermination du point P tel que $a\,\overrightarrow{PA} + b\,\overrightarrow{PB} + c\,\overrightarrow{PC} = \vec{0}$, où a, b et c sont des réels donnés et A, B et C sont des points donnés sera l'occasion de pratiquer les règles de calcul dans un espace vectoriel ; elle conduit à la notion de barycentre d'un ensemble de points massifs .
On se limitera à des ensembles comprenant au plus 4 points massifs ; on démontrera certaines propriétés d'alignement de points et de concours de droites .
Il est utile de remarquer qu'il n'est pas nécessaire de supposer que ces points appartiennent à un plan ; certaines conclusions s'interpréteront donc de différentes manières et s'énonceront en termes de géométrie du plan et en termes de géométrie de l'espace .

Analogie entre le calcul sur les vecteurs géométriques et le calcul sur les couples de réels, base et coordonnées, équations paramétriques et cartésiennes de la droite .

Les activités prévues en géométrie analytique assureront la liaison avec l'étude du premier degré en algèbre .
On soulignera le lien entre le calcul dans le plan vectoriel et le calcul dans dans l'ensemble des couples de nombres réels .

Produit scalaire .

Définition du produit scalaire de deux vecteurs du plan .

Relevé des propriétés qui conduisent à la notion d'espace vectoriel euclidien .

Ensemble des points P tels que $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AP} = k$

Les propriétés du produit scalaire permettent des démonstrations aisées d'égalités métriques dans le triangle et dans le cercle, en particulier, du théorème de Pythagore et, pour le cercle , la puissance d'un point .

Egalités métriques dans le triangle rectangle, dans le triangle quelconque et dans le cercle (puissance d'un point) .

Expression cartésienne du produit scalaire et son utilisation au calcul de la distance de deux points, à la condition d'orthogonalité de deux droites et à la détermination d'équations de droites et de cercles assujettis à des conditions .

L'expression cartésienne du produit scalaire dans un repère orthonormé conduit à la détermination aisée de l'équation de la droite comprenant un point et perpendiculaire à une droite ainsi que de l'équation d'un cercle dont le centre et le rayon sont connus .

Trigonométrie .

Matière	Commentaires
Angles orientés, somme de deux angles orientés, groupe des angles orientés .	Lors de la démonstration et de l'utilisation de formules, on sera attentif aux problèmes de domaine .
Nombres trigonométriques des angles orientés, relations fondamentales . Angles associés .	

Mesures des angles associées à différents systèmes de graduation du cercle .	En ce qui concerne la mesure des angles, il n'est évidemment pas question de présenter une théorie rigoureuse de cette matière ; on veillera à bien mettre en évidence le fait qu'en divisant par n ($n \in \mathbb{N}_0$) la mesure générale d'un angle donné, on obtient n familles de mesures d'angles, donc n angles distincts qui, tous, multipliés par n, rendent l'angle donné .
Relations dans les triangles rectangles, dans les triangles quelconques . Résolutions de triangles (utilisation de calculatrices).	A propos des triangles quelconques, on établira les égalités $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$; $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$; $S = \frac{1}{2} bc \sin A$. On s'attachera aux cas classiques de résolutions de triangles ainsi qu'à celui où l'on donne deux côtés et l'angle opposé à l'un d'eux . On traitera également quelques applications géométriques, physiques et topographiques .
Nombres trigonométriques d'un nombre réel . Résolution d'équations du type $\sin x = a$; $\cos x = a$; $\mathrm{tg}\, x = a$; $\mathrm{cotg}\, x = a$ et d'équations simples s'y ramenant . Utilisation de calculatrices . Produit scalaire et cosinus .	Lorsqu'une mesure d'un angle est exprimée en radians, l'habitude prévaut d'écrire les nombres trigonométriques de cet angle sans indiquer l'unité (par ex. : $\cos \frac{\pi}{2}$ pour $\cos \frac{\pi}{2}$ rad) ; c'est l'occasion d'introduire les nombres trigonométriques d'un nombre réel .

<u>Initiation au calcul algorithmique</u> .

Préalablement à tout essai de programmation, il faut amener les élèves :
- à définir le problème avec soin notamment en identifiant clairement les données et les résultats ;
- à préciser la méthode utilisée pour obtenir, à partir des données, le résultat cherché ; cette étape constitue l'algorithme ;
- à représenter schématiquement l'algorithme ;
- à suivre l'exécution du programme dans des cas numériques simples .

Une première approche peut se faire à partir de situations très simples . Par exemple :
écrire les suites de nombres ;
calculer des sommes, des produits de nombres d'une suite (somme des carrés des n premiers nombres naturels, par exemple) .

Quelques situations conduisant à des problèmes pouvant être résolus en utilisant des calculatrices seront rencontrées .
Voici quelques exemples reprenant des thèmes du programme de 4e année .

Algèbre . Valeur numérique d'un polynôme .
Division d'un polynôme par x - a .
Résolution et discussion d'une équation du premier ou du second degré .
*Résolution et discussion d'un système de deux équations à deux inconnues .
Interpolation linéaire (application du théorème de Thalès) .

Trigonométrie . Résolution de triangles . Traiter des problèmes où les données sont fournies par des encadrements, la réponse devant être donnée par encadrement .

Programme de Mathématique - Cours à 4h/s - 1983 .

Introduction .

Algèbre .

L'amélioration, la consolidation ou l'entretien des acquis des élèves, relatifs aux différents points de la matière de troisième année (calcul avec des réels, puissances, polynômes, factorisation et fonctions du premier degré), doivent être, tout au long de l'année, un des objectifs du professeur .

On vise principalement, dans cette quatrième année, la mise au point des démarches auxquelles la troisième année donne une première initiation : résolution d'équations et d'inéquations, résolution de systèmes d'équations, tandis que la résolution de l'équation du second degré et l'étude de la fonction du second degré fournissent un outil de travail important pour l'étude plus générale des fonctions, objet des classes de 5e et 6e années .

Géométrie et Trigonométrie .

On entend, par les notions de calcul vectoriel et de trigonométrie, donner aux élèves des instruments de travail nécessaires pour l'étude des fonctions et leur représentation graphique, objets des cours de 5e et 6e années .

Remarque générale .

On exercera les élèves à
- présenter des travaux soignés ;
- préciser les données du problème traité et ce qui est demandé;
- utiliser correctement les locutions "et", "ou", "non", "donc", "d'où", "car", "il existe", "pour tout", "si", "seulement si", etc. ;
- formuler correctement les raisonnements ;
- énoncer ou rédiger clairement la réponse à la question posée, ou la conclusion du raisonnement élaboré .

Algèbre .

Matière	Savoir-faire	Indications méthodologiques
1. Premier degré .		
Equations et inéquations du premier degré à une inconnue .	Résoudre des équations et des inéquations du premier degré à une inconnue .	L'attention sera attirée sur les principes d'équivalence appliqués .
	Discuter des équations à un paramètre.	Il importe de faire percevoir la signification d'équations à un paramètre . Ainsi, le paramètre peut être le coefficient angulaire de la droite image d'une fonction du premier degré, ou une variable physique, etc . On ne se limitera pas à des exercices purement formels, et, plutôt que d'appliquer un schéma-standard, on mènera la résolution en découvrant, au fil de cette résolution, les diverses hypothèses à examiner . On pourra étendre la discussion aux inéquations à un paramètre, mais ceci restera facultatif .
Equation $ax + by + c = 0$	Tracer la droite d'équation $ax + by + c = 0$	

Systèmes d'équations linéaires à deux inconnues	Résoudre des systèmes d'équations . Résoudre des systèmes tirés de problèmes pratiques . Par l'examen de coefficients, reconnaître si le système a une solution unique, ou présente une indétermination, une impossibilité .	
	Résoudre des systèmes indéterminés ou impossibles .	
	Discuter des systèmes d'équations à un paramètre .	On se limitera aux exercices dans lesquels les conditions imposées au paramètre conduisent a la résolution d'équations ou inéquations du <u>premier degré</u> .
	Interpréter géométriquement les conclusions .	
2. <u>Second degré</u> .		
Radicaux d'indice 2 .	Simplifier $\sqrt{a^2}$ en distinguant d'après le signe de a . Discuter l'existence de $\sqrt{a}$ selon le signe de a . Transformer des expressions du type $\sqrt{\frac{a^2 \cdot b \cdot c^2}{d^2}}$	
Fonction trinôme du second degré .	Représenter graphiquement la fonction .	
Equation du second degré à une inconnue	Résoudre une équation du second degré à une inconnue .	
	Calculer somme et produit des racines à partir des coefficients, sans recourir à la formule de résolution .	On peut, ici, se servir du calcul de la somme et du produit pour vérifier les racines trouvées ; ce n'est pas le moment de discussions où interviennent somme et produit .
	Factoriser un trinôme du second degré grâce à la connaissance des racines réelles .	La détermination des racines d'une fonction trinôme et sa factorisation seront utilisées pour la simplification de fractions rationnelles . Ce sera aussi l'occasion de rappeler le critère de divisibilité par x - a .
	Etudier le signe, la croissance et la décroissance, l'extrémum, l'axe de symétrie de la fonction .	

Inéquations du second degré à une inconnue .	Résoudre des inéquations du second degré	Une gamme d'exercices pourrait être concacrée à la factorisation de polynômes de degré 3 où l'on pratique à la fois la recherche du quotient de la division par x - a et la factorisation d'un trinôme . Ceci peut aussi conduire à la détermination du signe du polynôme dans les différents intervalles . La détermination du domaine de $\sqrt{f}$, de f/g, où f et g sont du premier ou du second degré, est une bonne application des propriétés du premier et du second degré .

Géométrie et Trigonométrie .

1. Calcul vectoriel .

Translations (vecteurs libres) Composition (addition) . Propriétés . Multiplication par un réel . Propriétés . Points du plan pointé (vecteurs liés) . Addition . Propriétés . Multiplication par un réel . Propriétés . Combinaison linéaire de vecteurs	Dans l'ensemble des vecteurs libres et dans l'ensemble des vecteurs liés, déterminer graphiquement la somme de deux vecteurs et le produit d'un vecteur par un nombre .	L'étude des propriétés ne doit pas être menée jusqu'à l'étude des structures . On se limitera aux propriétés utiles pour la résolution des exercices . Quelques exercices simples de Géométrie permettront d'illustrer l'efficacité du calcul vectoriel .
Base . Coordonnée .	Exprimer un vecteur comme combinaison linéaire d'une base.	
Définition vectorielle de la droite .	Rechercher l'équation cartésienne d'une droite, la pente d'une droite .	

2. Produit scalaire et applications .

Produit scalaire d'un couple de vecteurs .		Le produit scalaire sera introduit à partir du coefficient de projection .
Propriétés .		La démonstration de certaines propriétés du produit scalaire pourra servir d'exercice, à titre facultatif .
Théorème de Pythagore et théorème de	Démontrer des propriétés métriques, calculer des éléments	On résoudra, en particulier, des applications concernant les polygones réguliers .

Pythagore généralisé.	d'une figure, en utilisant le produit scalaire et le théorème de Pythagore .
Base et repère orthonormés .	Exprimer, en repère orthonormé, le produit scalaire de deux vecteurs, la condition de perpendicularité de deux droites, la distance de deux points .

3. Trigonométrie .

Cercle trigonométrique .
Unités d'angles : degré, radian .

Cos, sin, tg et cotg d'un angle orienté rapporté au cercle trigonométrique trigonométrique .

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

Nombres trigonométriques des angles associés .

sin, cos, tg, cotg des angles 0°, 30°, 45°, 60°, 90° .

Triangles quelconques: règle des sinus, règle des cosinus, traduisant le théorème de Pythagore .	Calculer des éléments d'une figure (utiliser la calculatrice) .