

PROBLEMATHS

17 septembre 2007

1. ÉNONCÉS

Problémath 1

Dans le plan \mathbb{R}^2 , soit C le cercle de centre $(1, 0)$ et de rayon 1. Un cercle de centre $(0, 0)$ et de rayon $r < 2$ coupe l'axe des y en un point a d'ordonnée > 0 et le cercle C en un point b d'ordonnée > 0 . Soit p le point d'intersection de la droite ab avec l'axe des x . Qu'arrive-t-il au point p lorsque r tend vers 0?

Problémath 2

Existe-t-il deux nombres réels a et b ($a < b$) tels que la valeur de l'expression

$$\sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x-1}}$$

soit constante pour tout x dans l'intervalle fermé $[a, b]$?

Problémath 3

En 1772, Euler a découvert que $n^2 + n + 41$ est un nombre premier pour tout $n \in \{0, 1, 2, 3, \dots, 39\}$. Existe-t-il 40 valeurs consécutives du nombre naturel n pour lesquelles $n^2 + n + 41$ n'est pas un nombre premier ?

2. COMMENTAIRES

Résoudre des problèmes permet de se rapprocher de l'activité du chercheur et de percevoir la mathématique comme une science vivante. D'autre part, du fait que leur résolution exige souvent autre chose que la routine et les recettes, les problèmes développent l'aptitude à maîtriser des situations nouvelles.

Vous avez découvert ci-dessus trois énoncés de problèmes. Si vous en résolvez plusieurs, nous vous prions de le faire sur des feuilles séparées.

Les solutions doivent nous parvenir au plus tard le vendredi 5 octobre à 14 heures. Si vous êtes sur le Campus de la Plaine, vous pouvez remettre vos solutions à Jean DOYEN ou les déposer dans une boîte aménagée à cet effet au 8ème étage du Bâtiment NO, dans le local 2.08.109. Si vous êtes à la Faculté des Sciences Appliquées sur le Campus du Solbosch, vous pouvez les remettre à Anne DELANDTSHEER ou les déposer dans la boîte aux lettres qui se trouve sur la porte de son bureau (Bâtiment U, porte A, 5ème étage). Prière d'indiquer clairement vos NOM et PRENOM - section et année d'étude (BA1 Math., BA2 Phys., BA1 Polytech., etc...)

Les noms de ceux qui auront fourni des solutions correctes seront publiés avec les énoncés suivants (attention: pour qu'une solution soit considérée comme correcte, il faut qu'elle soit soigneusement justifiée). Tous ceux qui auront résolu plus de la moitié des Problemaths proposés pendant l'année académique 2007-2008 se verront attribuer un prix et un diplôme.

L'équipe Problemaths, composée de Mathieu CARETTE, Anne DELANDTSHEER, Julie DE SAEDELEER, Alice DEVILLERS, Jean DOYEN, Jean-Luc MICHEL et Aude NGUYEN, vous souhaite de joyeuses cogitations problématiques !