ratchetholes ratchetholestrue ratchetbg ratchetbgtrue

La Statistique ou L'Ecole du Doute

Marc Hallin

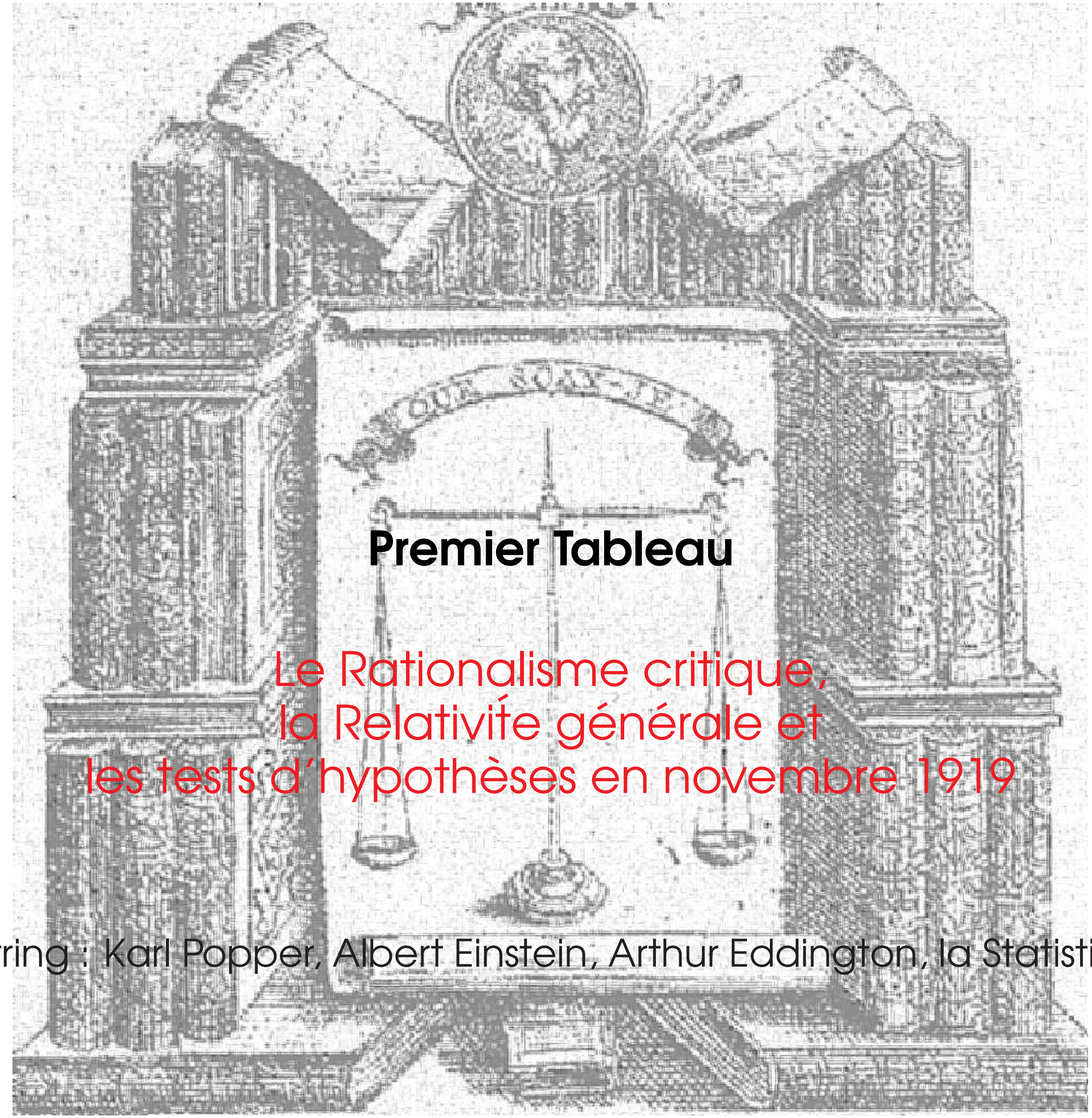
Département de Mathématique
et
European Centre for Advanced Research in Economics and Statistics (ECARES)

Université libre de Bruxelles

ALTAÏR, 16 février 2008

La Statistique
ou
L'Ecole du Doute

Comédie philosophico-scientifique
en trois tableaux, un intermède
et
un épilogue

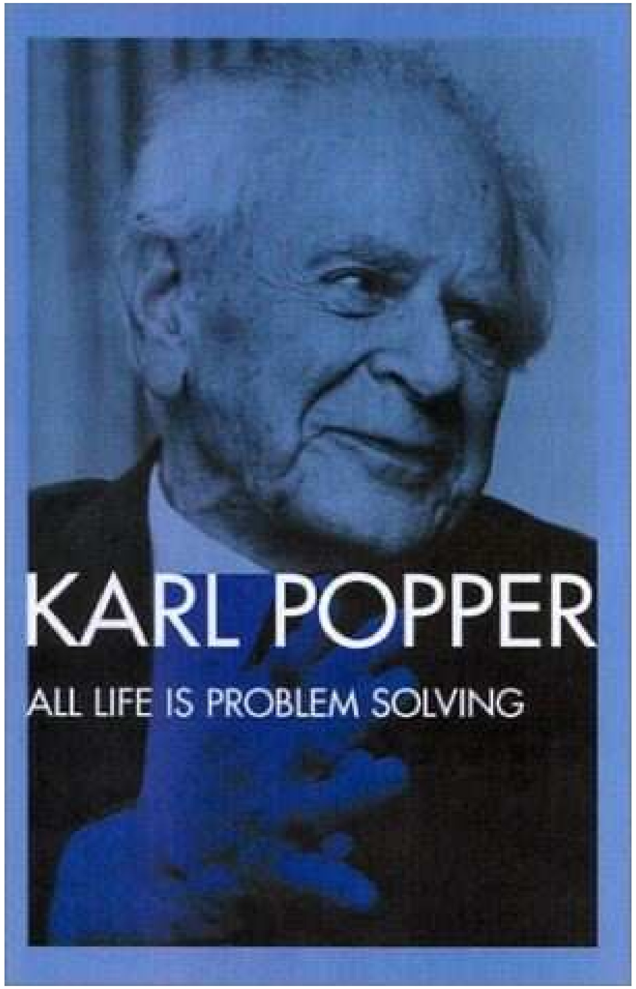


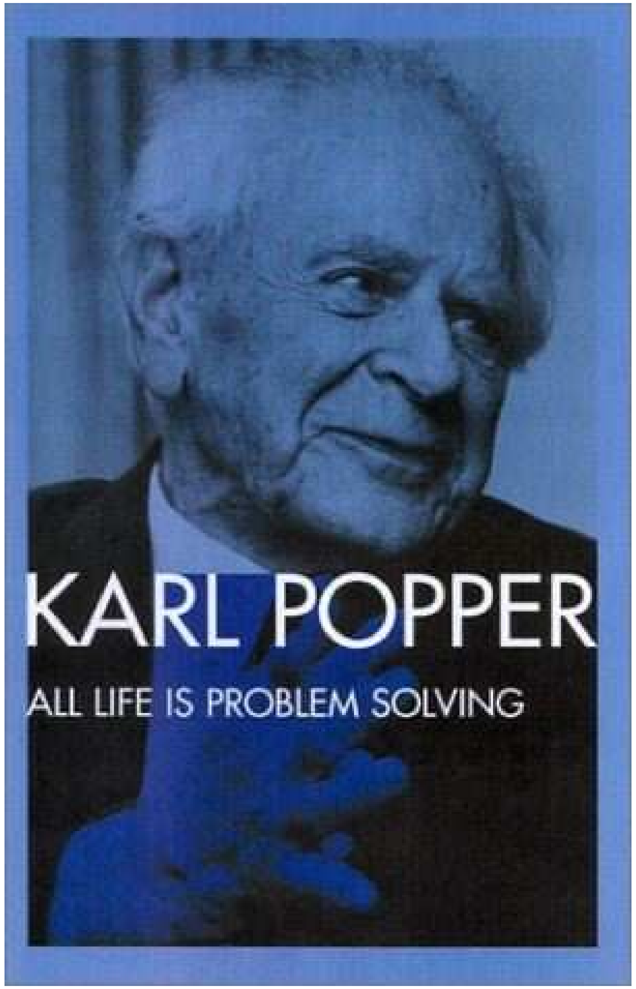
Premier Tableau

Le Rationalisme critique,
la Relativité générale et
les tests d'hypothèses en novembre 1919

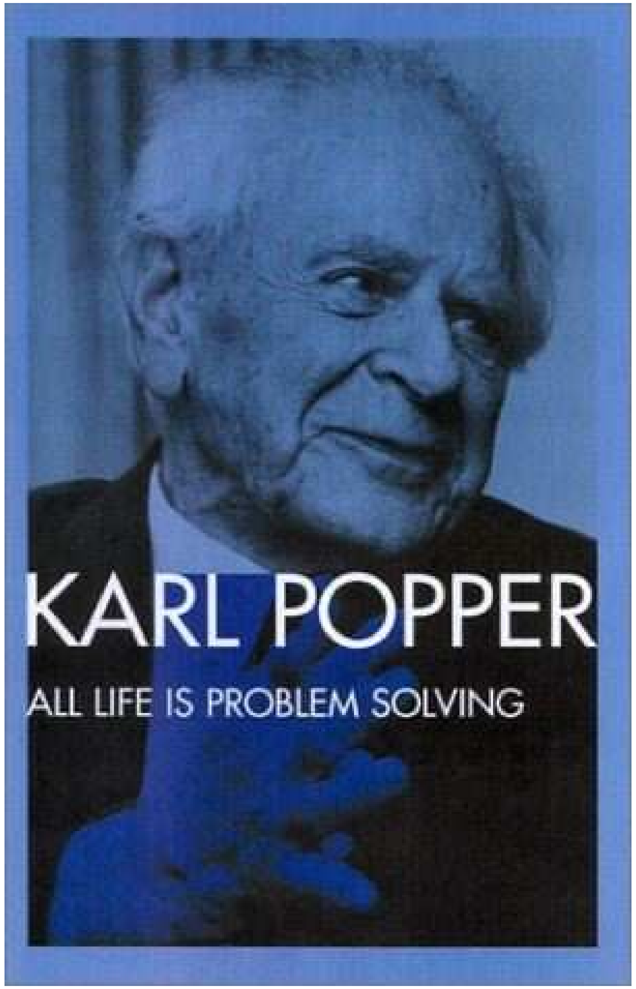
Starring : Karl Popper, Albert Einstein, Arthur Eddington, la Statistique

la scène est successivement à Vienne, Londres, Berlin, et Londres à nouveau

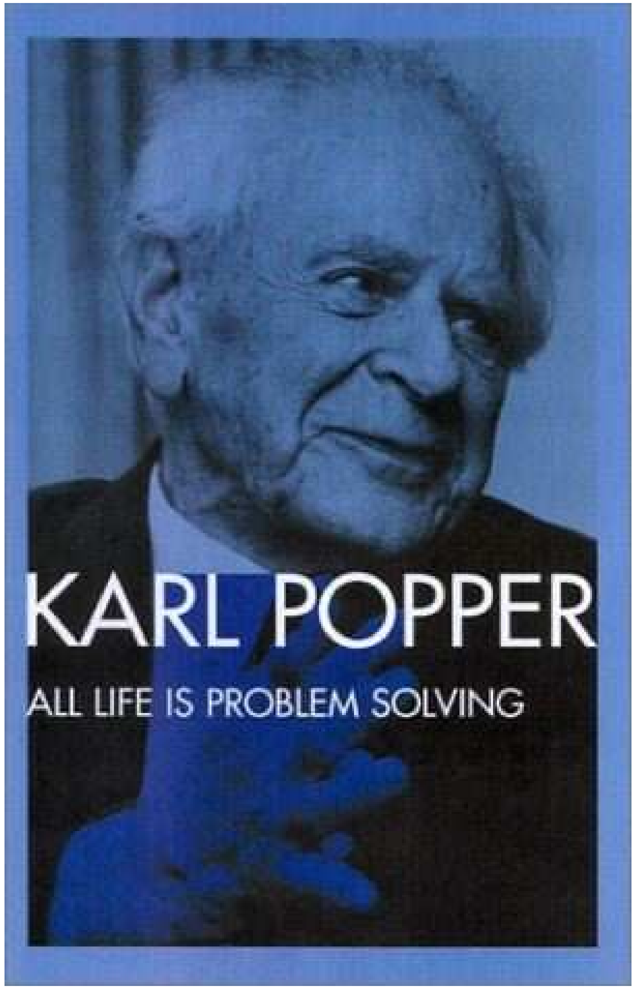

KARL POPPER
ALL LIFE IS PROBLEM SOLVING



Karl Edmund Popper (1902-1994)



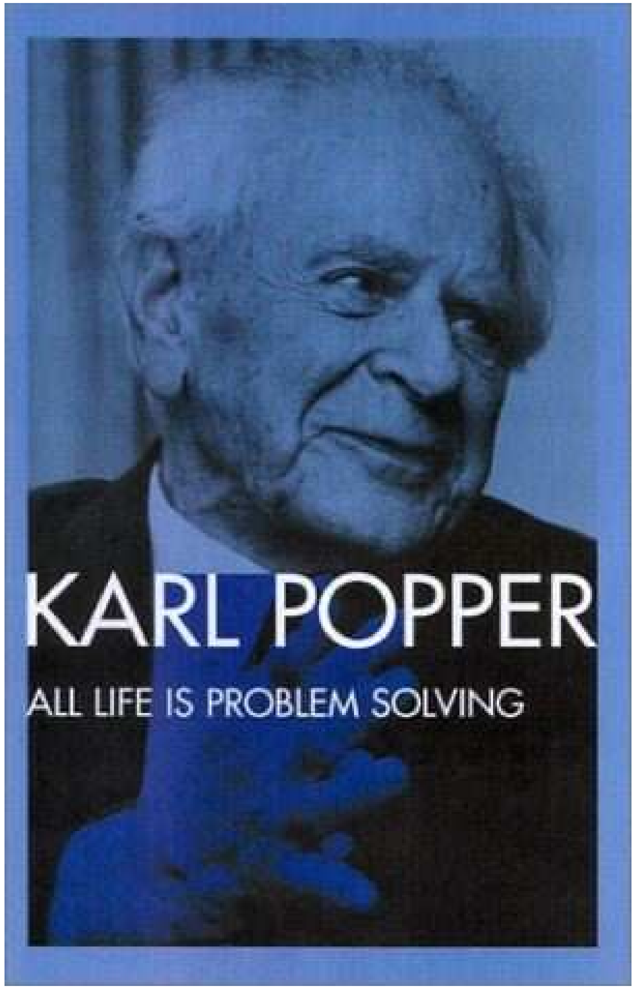
Sir Karl Edmund Popper



Sir Karl Edmund Popper

Né à Vienne en 1902 dans une famille d'origine juive.

Père juriste (et bibliophile! plus de 14 000 volumes dans la bibliothèque familiale).

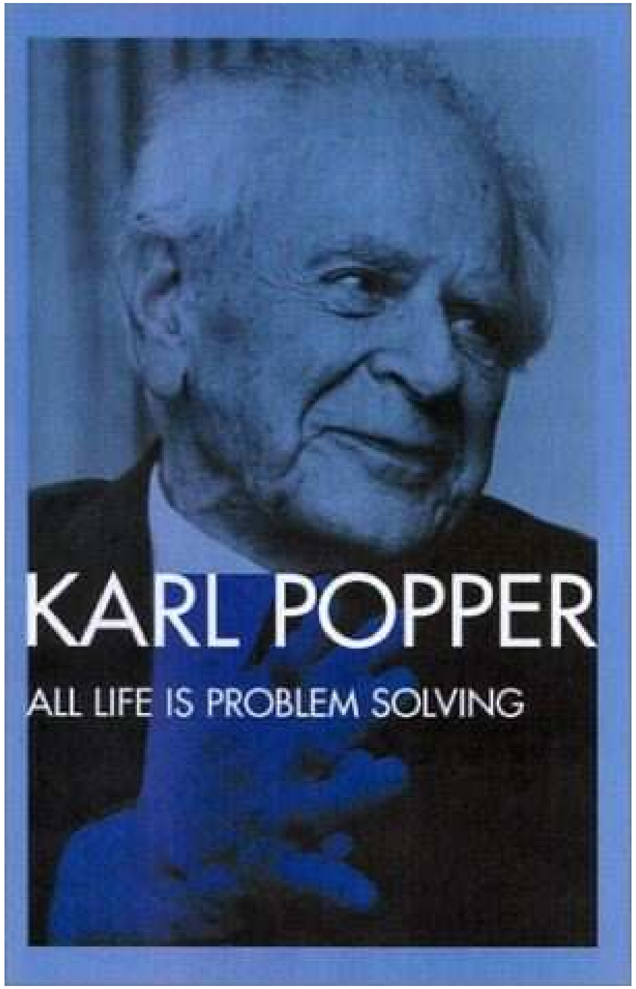


Sir Karl Edmund Popper

Né à Vienne en 1902 dans une famille d'origine juive.

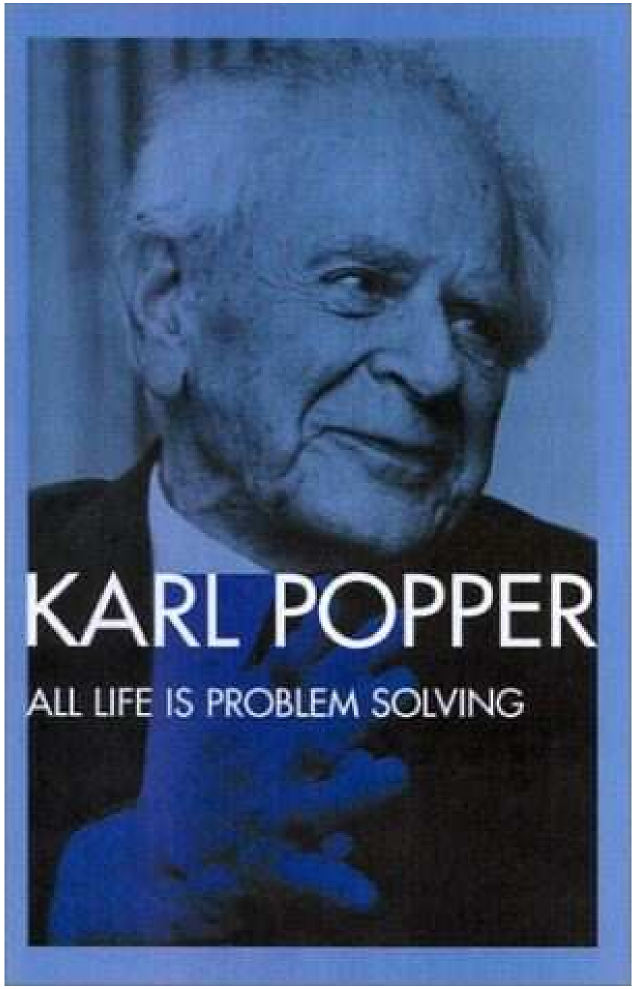
Père juriste (et bibliophile! plus de 14 000 volumes dans la bibliothèque familiale).

Etudes de mathématiques et de physique à l'Université de Vienne.



Sir Karl Edmund Popper

- Né à Vienne en 1902 dans une famille d'origine juive.
- Père juriste (et bibliophile! plus de 14 000 volumes dans la bibliothèque familiale).
- Etudes de mathématiques et de physique à l'Université de Vienne.
- Doctorat en Philosophie en 1928.



Sir Karl Edmund Popper

Né à Vienne en 1902 dans une famille d'origine juive.

Père juriste (et bibliophile! plus de 14 000 volumes dans la bibliothèque familiale).

Etudes de mathématiques et de physique à l'Université de Vienne.

Doctorat en Philosophie en 1928.

Publie, en 1934 *"Logik der Forschung"* (*"Logique de la Recherche"*), où est énoncée pour la première fois sa théorie de la démarcation (entre science et non-science).

Devant la montée du nazisme, et pressentant l'Anschluss, il émigre en 1937 vers la Nouvelle Zélande; en 1946, il s'établit à Londres, où la London School of Economics lui offre un poste de logique.

Devant la montée du nazisme, et pressentant l'Anschluss, il émigre en 1937 vers la Nouvelle Zélande; en 1946, il s'établit à Londres, où la London School of Economics lui offre un poste de logique.

Anobli par la Reine en 1965, il est élu Fellow de la Royal Society en 1976.

Devant la montée du nazisme, et pressentant l'Anschluss, il émigre en 1937 vers la Nouvelle Zélande; en 1946, il s'établit à Londres, où la London School of Economics lui offre un poste de logique.

Anobli par la Reine en 1965, il est élu Fellow de la Royal Society en 1976.

Il décède à Londres en 1994, âgé de 92 ans.

le rationalisme critique de Karl Popper

La pensée de Karl Popper, connue sous le nom de rationalisme critique , a eu une influence considérable sur la philosophie des sciences contemporaine.

le rationalisme critique de Karl Popper

La pensée de Karl Popper, connue sous le nom de rationalisme critique , a eu une influence considérable sur la philosophie des sciences contemporaine.

un point essentiel en est son critère de démarcation, qui peut s'énoncer de la façon suivante :

"une théorie qui ne peut être réfutée (en anglais, Popper utilise le mot "falsified") sur base de l'observation n'est pas une théorie scientifique"

conséquences

- Au sens de ce critère, l'astrologie, la psychanalyse, l'homéopathie, la métaphysique, ... dont les assertions selon Popper ne sont pas réfutables, ne sont pas des théories *scientifiques*—ce qui n'implique pas qu'elles soient "correctes" ni fausses, pas plus que n'est nécessairement correcte une théorie scientifique (donc réfutable) non encore réfutée ...

Corollaires :

conséquences

- Au sens de ce critère, l'astrologie, la psychanalyse, l'homéopathie, la métaphysique, ... dont les assertions selon Popper ne sont pas réfutables, ne sont pas des théories *scientifiques*—ce qui n'implique pas qu'elles soient "correctes" ni fausses, pas plus que n'est nécessairement correcte une théorie scientifique (donc réfutable) non encore réfutée ...

Corollaires :

- L'irréfutabilité est l'apanage du non-scientifique
- Une théorie scientifique est une théorie en perpétuel sursis
- La science est le domaine du doute, pas celui des certitudes ...

la relativité générale

L'exemple favori de Karl Popper est celui de la relativité générale.

La relativité générale en novembre 1919 (1)

- En novembre 1915, Albert Einstein présente devant l'Académie des Sciences de Berlin sa théorie de la relativité générale—une théorie nouvelle de la gravitation, fondée essentiellement sur le calcul. Une des conséquences de cette théorie est que la trajectoire de la lumière se trouve déviée de la ligne droite par la courbure de l'espace-temps qu'induit la présence de masse

La relativité générale en novembre 1919 (1)

- En novembre 1915, Albert Einstein présente devant l'Académie des Sciences de Berlin sa théorie de la relativité générale—une théorie nouvelle de la gravitation, fondée essentiellement sur le calcul. Une des conséquences de cette théorie est que la trajectoire de la lumière se trouve déviée de la ligne droite par la courbure de l'espace-temps qu'induit la présence de masse

Cette théorie est-elle réfutable?

La relativité générale en novembre 1919 (2)

- Si la théorie est vraie, la lumière d'une étoile dont la position est proche du soleil devrait être déviée par la masse de celui-ci au-delà de la valeur prévue par la théorie newtonienne. La position apparente de cette étoile devrait alors former un angle θ avec sa position réelle (obtenue via l'observations nocturne) : selon les calculs d'Einstein, $\theta =$1.7 secondes d'arc. Si, à l'observation, cet angle s'avère différent, la théorie de la relativité générale est donc réfutée. Si elle s'avére différente de la valeur newtonienne (de l'ordre de 0.8 secondes d'arc), c'est cette dernière qui se trouve réfutée.

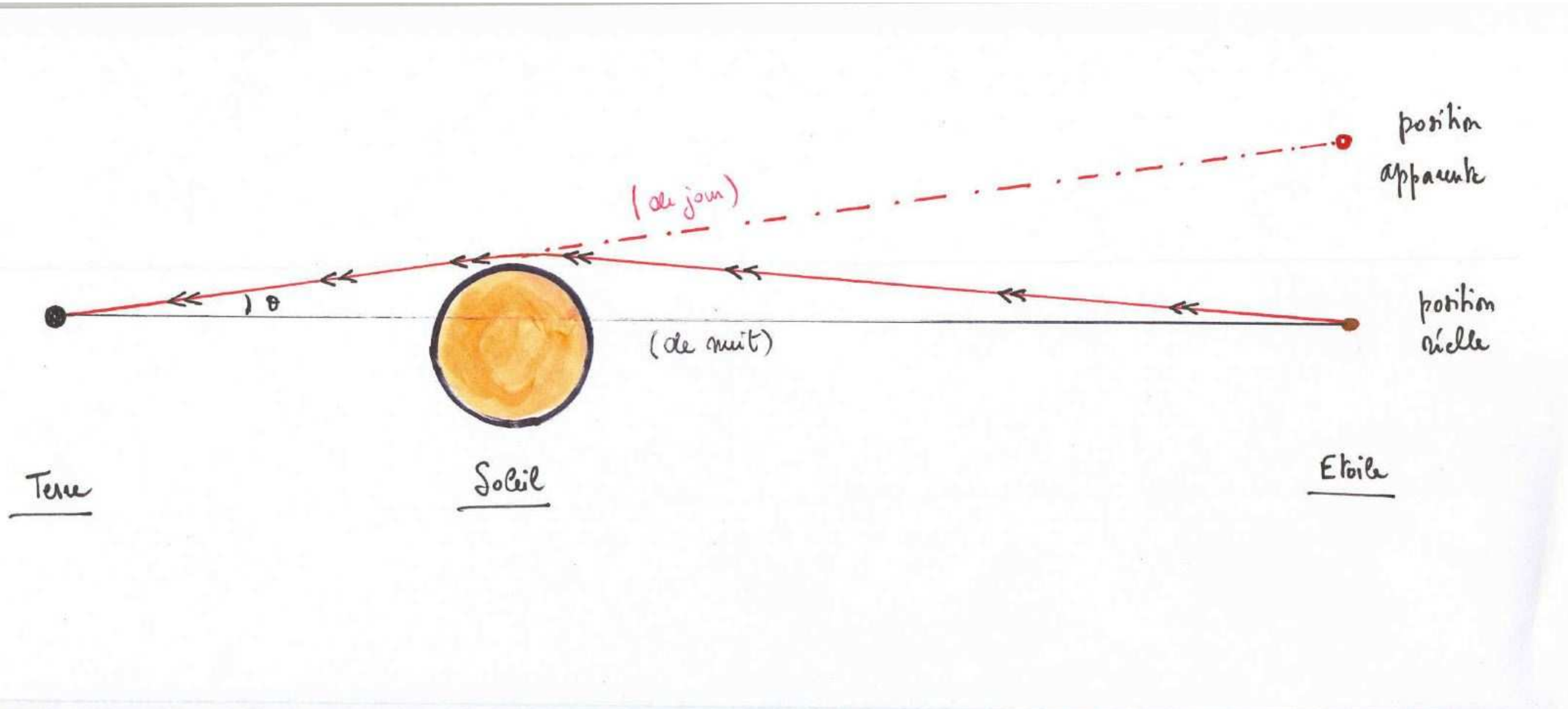
La relativité générale en novembre 1919 (2)

- Si la théorie est vraie, la lumière d'une étoile dont la position est proche du soleil devrait être déviée par la masse de celui-ci au-delà de la valeur prévue par la théorie newtonienne. La position apparente de cette étoile devrait alors former un angle θ avec sa position réelle (obtenue via l'observations nocturne) : selon les calculs d'Einstein, $\theta =$1.7 secondes d'arc. Si, à l'observation, cet angle s'avère différent, la théorie de la relativité générale est donc réfutée. Si elle s'avére différente de la valeur newtonienne (de l'ordre de 0.8 secondes d'arc), c'est cette dernière qui se trouve réfutée.

- Malheureusement, la proximité du soleil et son rayonnement rendent inobservable cette position apparente ... Cette non-observabilité met-elle en péril leur statut Poppérien de théorie scientifique?

... non, car cet angle θ redevient observable en cas d'éclipse ...

L'expérience d'Eddington



La relativité générale en novembre 1919 (3)

- Une première tentative : 1918, Lick Observatory, Californie.

Hostiles à la théorie d'Einstein, un groupe d'astronomes affirment disposer d'observations qui contredisent la théorie d'Einstein—ils n'ont pas observé un autre phénomène, le glissement vers le rouge du spectre, prévu, dans les mêmes conditions, par cette théorie.

La relativité générale en novembre 1919 (3)

- Une première tentative : 1918, Lick Observatory, Californie. Hostiles à la théorie d'Einstein, un groupe d'astronomes affirment disposer d'observations qui contredisent la théorie d'Einstein—ils n'ont pas observé un autre phénomène, le glissement vers le rouge du spectre, prévu, dans les mêmes conditions, par cette théorie.

- Mais ce résultat (négatif) trop vite annoncé ne sera jamais publié. Il s'avère en effet que les mesures sont trop imprécises (sur base de quel critère?) pour affirmer que ce glissement n'a pas lieu ... le résultat est donc inconclusif.

La relativité générale en novembre 1919 (3)

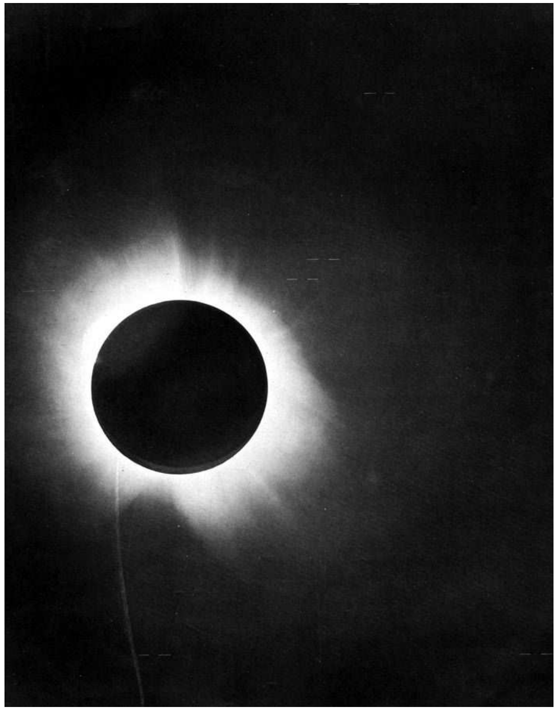
- Une première tentative : 1918, Lick Observatory, Californie. Hostiles à la théorie d'Einstein, un groupe d'astronomes affirment disposer d'observations qui contredisent la théorie d'Einstein—ils n'ont pas observé un autre phénomène, le glissement vers le rouge du spectre, prévu, dans les mêmes conditions, par cette théorie.

- Mais ce résultat (négatif) trop vite annoncé ne sera jamais publié. Il s'avère en effet que les mesures sont trop imprécises (sur base de quel critère?) pour affirmer que ce glissement n'a pas lieu ... le résultat est donc inconclusif.

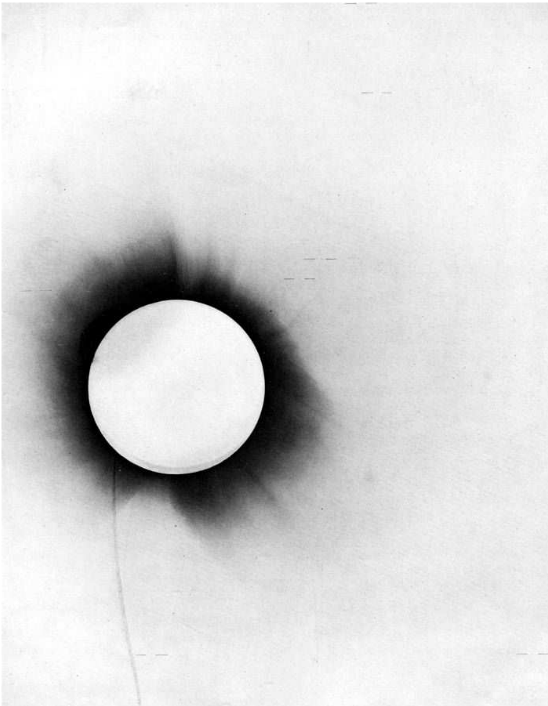
- Deuxième tentative : pendant l'éclipse solaire du 29 mai 1919, Arthur Eddington supervise une campagne d'observations visant à mesurer, avec grande précision, l'angle θ. Cette fois les résultats semblent concluants ...

La relativité générale en novembre 1919 (4)

Sir Arthur Stanley Eddington



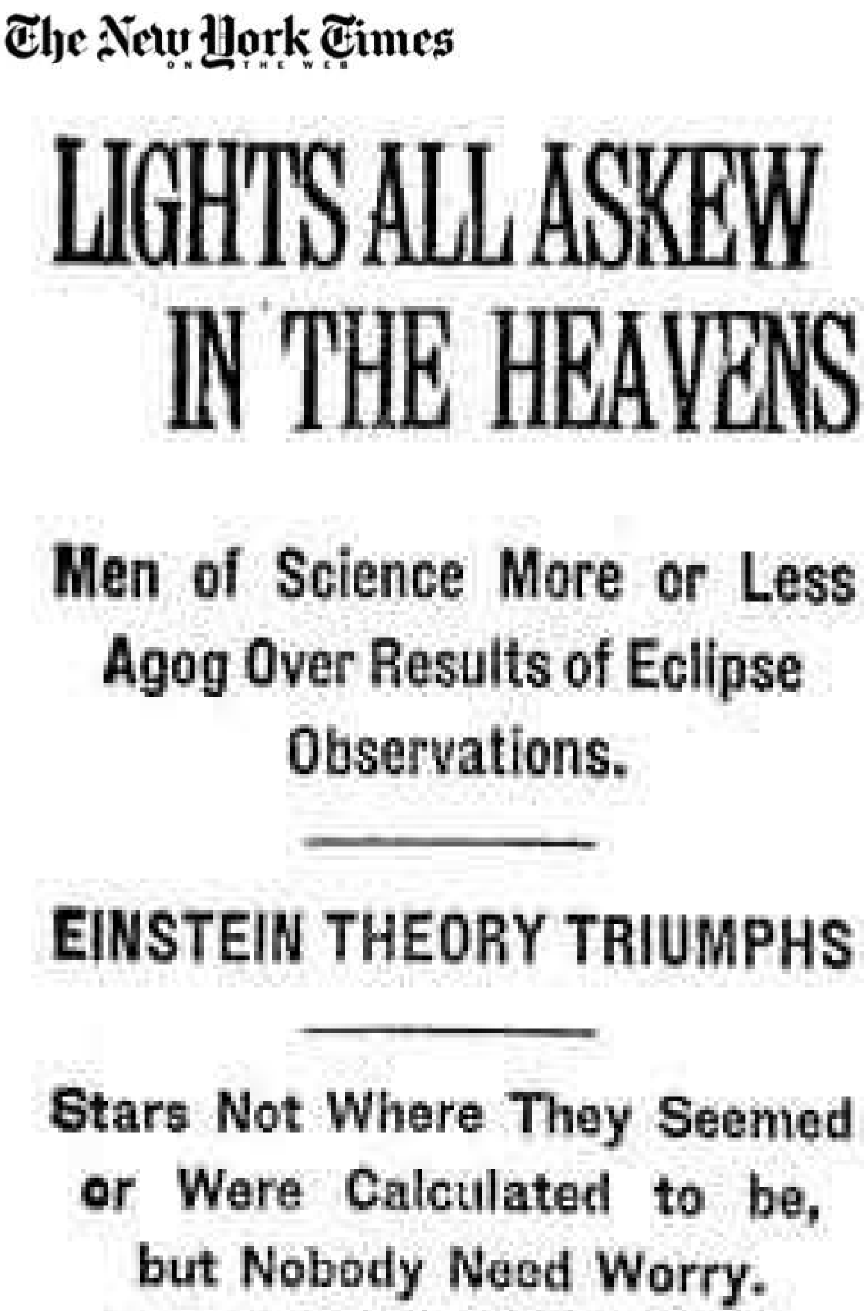
Eclipse du 29/05/1919 positif



Eclipse du 29/05/1919 négatif

La relativité générale en novembre 1919 (4)

La relativité générale en novembre 1919 (fin)



The New York Times
ON THE WEB

LIGHTS ALL ASKEW IN THE HEAVENS

Men of Science More or Less Agog Over Results of Eclipse Observations.

EINSTEIN THEORY TRIUMPHS

Stars Not Where They Seemed or Were Calculated to be, but Nobody Need Worry.

le 10 novembre 1919

the New York Times

Quelle réfutation ???

- Qu'entendait au juste Eddington par réfutation/non-réfutation?

Quelle réfutation ???

- Qu'entendait au juste Eddington par réfutation/non-réfutation?

- La théorie prévoit un angle $\theta = 1.7$: une observation de 1.69 constitue-t-elle une réfutation? 1.68? ... 1.59? ... 0.99? ... ???

Quelle réfutation ???

- Qu'entendait au juste Eddington par réfutation/non-réfutation?

- La théorie prévoit un angle $\theta = 1.7$: une observation de 1.69 constitue-t-elle une réfutation? 1.68? ... 1.59? ... 0.99? ... ???

- Les observations d'Eddington ont été faites à deux endroits simultanément, au Brésil et dans l'île de Principe. Notons

$$X_{11}, \ldots, X_{1,n_1} \quad \text{et} \quad X_{21}, \ldots, X_{2,n_2}$$

les n_1 mesures faites au Brésil et les n_2 mesures faites à Principe, respectivement. Il est hautement peu *vraisemblable* qu'on ait observé

$$X_{11}, \ldots, X_{1,n_1} = 1.7 = X_{21}, \ldots, X_{2,n_2} \text{ !!}$$

Quelle réfutation ???

- Qu'entendait au juste Eddington par réfutation/non-réfutation?

- La théorie prévoit un angle $\theta = 1.7$: une observation de 1.69 constitue-t-elle une réfutation? 1.68? ... 1.59? ... 0.99? ... ???

- Les observations d'Eddington ont été faites à deux endroits simultanément, au Brésil et dans l'île de Principe. Notons

$$X_{11}, \ldots, X_{1,n_1} \quad \text{et} \quad X_{21}, \ldots, X_{2,n_2}$$

les n_1 mesures faites au Brésil et les n_2 mesures faites à Principe, respectivement. Il est hautement peu *vraisemblable* qu'on ait observé

$$X_{11}, \ldots, X_{1,n_1} = 1.7 = X_{21}, \ldots, X_{2,n_2} \text{ !!}$$

- Qu'entendait au juste Eddington en déclarant "concluants" (càd ne permettant pas de réfuter la thèse d'Einstein) ses résultats? dans quel sens ceux-ci étaient-ils plus "concluants" que ceux des astronomes californiens en 1918?

Sir Arthur et la Statistique, nuit du 9/11/1919 (1)

Personnages : SIR ARTHUR STANLEY EDDINGTON, LA STATISTIQUE, KARL EDMUND POPPER en culottes courtes—il a 17 ans et n'est pas encore étudiant à l'Université de Vienne—assiste à la scène, dissimulé dans un recoin obscur, et prend des notes, fébrilement.

La scène est à Londres, dans le cabinet de travail de Sir Arthur. Ce dernier est assis à son bureau, qui est jonché de clichés d'astres. Il fait nuit. La Statistique se tient debout dans l'ombre, derrière lui.

SIR ARTHUR Que vais-je faire de ces mesures? Aucune ne coïncide avec les 1.7 secondes d'arc prévues par la théorie d'Albert! Et il y a autant de valeurs distinctes de θ que de mesures effectuées!

Sir Arthur et la Statistique, nuit du 9/11/1919 (1)

Personnages : SIR ARTHUR STANLEY EDDINGTON, LA STATISTIQUE, KARL EDMUND POPPER en culottes courtes—il a 17 ans et n'est pas encore étudiant à l'Université de Vienne—assiste à la scène, dissimulé dans un recoin obscur, et prend des notes, fébrilement.

La scène est à Londres, dans le cabinet de travail de Sir Arthur. Ce dernier est assis à son bureau, qui est jonché de clichés d'astres. Il fait nuit. La Statistique se tient debout dans l'ombre, derrière lui.

SIR ARTHUR Que vais-je faire de ces mesures? Aucune ne coïncide avec les 1.7 secondes d'arc prévues par la théorie d'Albert! Et il y a autant de valeurs distinctes de θ que de mesures effectuées!

LA STATISTIQUE Arthur, réfléchis donc! tes instruments sont imparfaits! et tes astronomes sont tous myopes! ces observations ne sont pas des valeurs de θ!!!!

Sir Arthur et la Statistique, nuit du 9/11/1919 (1)

Personnages : SIR ARTHUR STANLEY EDDINGTON, LA STATISTIQUE, KARL EDMUND POPPER en culottes courtes—il a 17 ans et n'est pas encore étudiant à l'Université de Vienne—assiste à la scène, dissimulé dans un recoin obscur, et prend des notes, fébrilement.

La scène est à Londres, dans le cabinet de travail de Sir Arthur. Ce dernier est assis à son bureau, qui est jonché de clichés d'astres. Il fait nuit. La Statistique se tient debout dans l'ombre, derrière lui.

SIR ARTHUR Que vais-je faire de ces mesures? Aucune ne coïncide avec les 1.7 secondes d'arc prévues par la théorie d'Albert! Et il y a autant de valeurs distinctes de θ que de mesures effectuées!

LA STATISTIQUE Arthur, réfléchis donc! tes instruments sont imparfaits! et tes astronomes sont tous myopes! ces observations ne sont pas des valeurs de θ!!!!

SIR ARTHUR Si ces observations ne sont pas des valeurs de θ, que sont-elles donc?

Sir Arthur et la Statistique, nuit du 9/11/1919 (1)

Personnages : SIR ARTHUR STANLEY EDDINGTON, LA STATISTIQUE, KARL EDMUND POPPER en culottes courtes—il a 17 ans et n'est pas encore étudiant à l'Université de Vienne—assiste à la scène, dissimulé dans un recoin obscur, et prend des notes, fébrilement.

La scène est à Londres, dans le cabinet de travail de Sir Arthur. Ce dernier est assis à son bureau, qui est jonché de clichés d'astres. Il fait nuit. La Statistique se tient debout dans l'ombre, derrière lui.

SIR ARTHUR Que vais-je faire de ces mesures? Aucune ne coïncide avec les 1.7 secondes d'arc prévues par la théorie d'Albert! Et il y a autant de valeurs distinctes de θ que de mesures effectuées!

LA STATISTIQUE Arthur, réfléchis donc! tes instruments sont imparfaits! et tes astronomes sont tous myopes! ces observations ne sont pas des valeurs de θ!!!!

SIR ARTHUR Si ces observations ne sont pas des valeurs de θ, que sont-elles donc?

LA STATISTIQUE Ce ne sont que des *mesures* plus ou moins précises de θ, entachées d'erreurs diverses ...

Sir Arthur et la Statistique, nuit du 9/11/1919 (1)

Personnages : Sir Arthur Stanley Eddington, La Statistique, Karl Edmund Popper en culottes courtes—il a 17 ans et n'est pas encore étudiant à l'Université de Vienne—assiste à la scène, dissimulé dans un recoin obscur, et prend des notes, fébrilement.

La scène est à Londres, dans le cabinet de travail de Sir Arthur. Ce dernier est assis à son bureau, qui est jonché de clichés d'astres. Il fait nuit. La Statistique se tient debout dans l'ombre, derrière lui.

Sir Arthur Que vais-je faire de ces mesures? Aucune ne coïncide avec les 1.7 secondes d'arc prévues par la théorie d'Albert! Et il y a autant de valeurs distinctes de θ que de mesures effectuées!

La Statistique Arthur, réfléchis donc! tes instruments sont imparfaits! et tes astronomes sont tous myopes! ces observations ne sont pas des valeurs de θ!!!!

Sir Arthur Si ces observations ne sont pas des valeurs de θ, que sont-elles donc?

La Statistique Ce ne sont que des *mesures* plus ou moins précises de θ, entachées d'erreurs diverses ...

Sir Arthur Mais alors, comment puis-je conclure? dois-je m'interdire de faire plus d'une mesure, afin d'éviter cette multiplicité ingérable de valeurs mesurées?

Sir Arthur et la Statistique, nuit du 9/11/1919 (2)

LA STATISTIQUE Je vois que les physiciens de Trinity College n'ont toujours pas introduit l'inférence statistique dans leurs programmes!! Ecartons donc, pour simplifier, les observations brésiliennes (trop de nuages rendent leur lecture difficile), et notons $X_1, \ldots, X_n$ les n mesures faites à Principe. L'erreur de mesure est, par définition, la différence $e_i = X_i - \theta$ entre la mesure effectuée et la vraie valeur de cet angle. Il est raisonnable de faire l'hypothèse que ces n erreurs sont la réalisation de n variables aléatoires Gaussiennes, de moyenne nulle et de variance σ^2. De façon équivalente, on peut écrire

$$X_i = \theta + e_i \ , \quad e_i \text{ i.i.d. } \mathcal{N}(0, \sigma^2), \ \ i = 1, \ldots, n.$$

Sir Arthur et la Statistique, nuit du 9/11/1919 (2)

LA STATISTIQUE Je vois que les physiciens de Trinity College n'ont toujours pas introduit l'inférence statistique dans leurs programmes!! Ecartons donc, pour simplifier, les observations brésiliennes (trop de nuages rendent leur lecture difficile), et notons $X_1, \ldots, X_n$ les n mesures faites à Principe. L'erreur de mesure est, par définition, la différence $e_i = X_i - \theta$ entre la mesure effectuée et la vraie valeur de cet angle. Il est raisonnable de faire l'hypothèse que ces n erreurs sont la réalisation de n variables aléatoires Gaussiennes, de moyenne nulle et de variance σ^2. De façon équivalente, on peut écrire

$$X_i = \theta + e_i \ , \quad e_i \text{ i.i.d. } \mathcal{N}(0, \sigma^2), \ \ i = 1, \ldots, n.$$

SIR ARTHUR Mais je ne connais pas θ!!

Sir Arthur et la Statistique, nuit du 9/11/1919 (2)

LA STATISTIQUE Je vois que les physiciens de Trinity College n'ont toujours pas introduit l'inférence statistique dans leurs programmes!! Ecartons donc, pour simplifier, les observations brésiliennes (trop de nuages rendent leur lecture difficile), et notons $X_1, \ldots, X_n$ les n mesures faites à Principe. L'erreur de mesure est, par définition, la différence $e_i = X_i - \theta$ entre la mesure effectuée et la vraie valeur de cet angle. Il est raisonnable de faire l'hypothèse que ces n erreurs sont la réalisation de n variables aléatoires Gaussiennes, de moyenne nulle et de variance σ^2. De façon équivalente, on peut écrire

$$X_i = \theta + e_i \;, \quad e_i \text{ i.i.d. } \mathcal{N}(0, \sigma^2), \;\; i = 1, \ldots, n.$$

SIR ARTHUR Mais je ne connais pas θ!!

LA STATISTIQUE Non, et tu ne connaîtras jamais sa valeur. Mais même un débutant t'expliquera comment tester l'hypohèse $\mathcal{H}_0$ que θ vaut 1.7 par rapport à la contre-hypothèse $\mathcal{H}_1$ que, comme le prévoit la théorie newtonienne, θ est strictement inférieur à 1.7 ...

Sir Arthur et la Statistique, nuit du 9/11/1919 (2)

LA STATISTIQUE Je vois que les physiciens de Trinity College n'ont toujours pas introduit l'inférence statistique dans leurs programmes!! Ecartons donc, pour simplifier, les observations brésiliennes (trop de nuages rendent leur lecture difficile), et notons $X_1, \ldots, X_n$ les n mesures faites à Principe. L'erreur de mesure est, par définition, la différence $e_i = X_i - \theta$ entre la mesure effectuée et la vraie valeur de cet angle. Il est raisonnable de faire l'hypothèse que ces n erreurs sont la réalisation de n variables aléatoires Gaussiennes, de moyenne nulle et de variance σ^2. De façon équivalente, on peut écrire

$$X_i = \theta + e_i \ , \quad e_i \text{ i.i.d. } \mathcal{N}(0, \sigma^2), \ \ i = 1, \ldots, n.$$

SIR ARTHUR Mais je ne connais pas θ!!

LA STATISTIQUE Non, et tu ne connaîtras jamais sa valeur. Mais même un débutant t'expliquera comment tester l'hypohèse $\mathcal{H}_0$ que θ vaut 1.7 par rapport à la contre-hypothèse $\mathcal{H}_1$ que, comme le prévoit la théorie newtonienne, θ est strictement inférieur à 1.7 ...

SIR ARTHUR Si je rejette $\mathcal{H}_0$, la théorie d'Albert se trouvera donc réfutée!! (en *aparte*) C'est une bien grande chose que la Statistique!!

Sir Arthur et la Statistique, nuit du 9/11/1919 (3)

LA STATISTIQUE Oui, mais il y a un prix à payer : le doute éternel! Sous $\mathcal{H}_0$ (Einstein a raison) comme sous $\mathcal{H}_1$ (Einstein a tort), les mesures que tu as effectuées sont de probabilité non nulle. Une réfutation sans risque, sûre à 100 % , vous est donc inaccessible, à vous, pauvres mortels ... Les certitudes ne sont pas de votre monde! Votre Science n'est que l'école du doute ...

Sir Arthur et la Statistique, nuit du 9/11/1919 (3)

LA STATISTIQUE Oui, mais il y a un prix à payer : le doute éternel! Sous $\mathcal{H}_0$ (Einstein a raison) comme sous $\mathcal{H}_1$ (Einstein a tort), les mesures que tu as effectuées sont de probabilité non nulle. Une réfutation sans risque, sûre à 100 % , vous est donc inaccessible, à vous, pauvres mortels ... Les certitudes ne sont pas de votre monde! Votre Science n'est que l'école du doute ...

Le jour se lève. Sir Arthur a l'air content.

SIR ARTHUR Même au niveau de probabilité $\alpha = 0.1$, mes observations ne me permettent pas de rejeter l'hypothèse $\mathcal{H}_0$ qu'Albert (Einstein) a raison!! Même si j'abaisse mes exigences de rigueur jusqu'à m'autoriser une probabilité de réfutation infondée de 10 % , je ne peux donc toujours pas, sur base des mesures faites, déclarer que la théorie d'Albert est contredite par mes observations. S'il a tort, ce ne sont donc pas mes mesures de θ qui permettent, raisonnablement, de l'affirmer ...

Simplifions le message: la théorie d'Einstein est confirmée! Je convoque les journalistes ...

Sir Arthur et la Statistique (4)

LA STATISTIQUE *(in petto)* J'ignore si elle est correcte, ... mais il semble bien que cette théorie d'Einstein soit en sursis jusqu'à la prochaine fois ... au niveau de probabilité $\alpha = 0.1$!

Sir Arthur et la Statistique (4)

LA STATISTIQUE *(in petto)* J'ignore si elle est correcte, ... mais il semble bien que cette théorie d'Einstein soit en sursis jusqu'à la prochaine fois ... au niveau de probabilité $\alpha = 0.1$!

(Karl Popper bondit sur le devant de la scène en brandissant son carnet de notes)

KARL POPPER Mais c'est bien sûr! ! Le réfutable seul est Science, la Science n'est que doute, et la Statistique est la boussole ultime du chercheur!

Sir Arthur et la Statistique (4)

LA STATISTIQUE *(in petto)* J'ignore si elle est correcte, ... mais il semble bien que cette théorie d'Einstein soit en sursis jusqu'à la prochaine fois ... au niveau de probabilité $\alpha = 0.1$!

(Karl Popper bondit sur le devant de la scène en brandissant son carnet de notes)

KARL POPPER Mais c'est bien sûr! ! Le réfutable seul est Science, la Science n'est que doute, et la Statistique est la boussole ultime du chercheur!

Les journalistes envahissent la pièce. Le rideau tombe.

FIN DU PREMIER TABLEAU

Intermède I

Statistique, Calcul des Probabiliés
et
Entendement du Monde

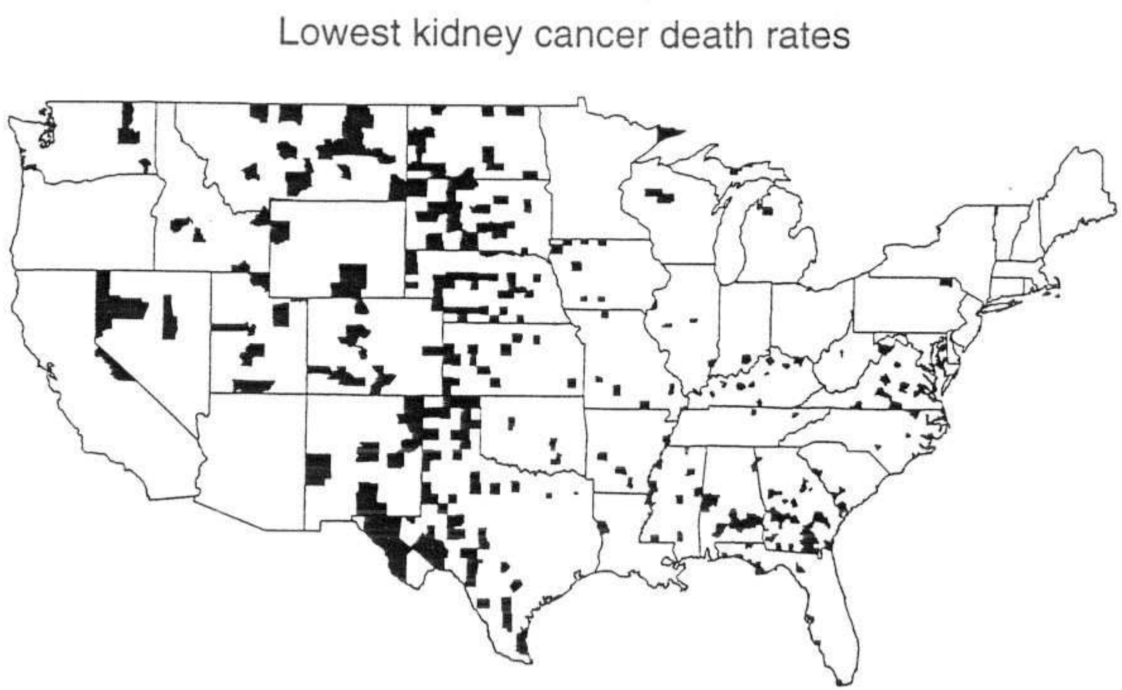
Starring : Monsieur Toulemonde et son quotidien favori

la scène est dans le salon de Monsieur Toulemonde

La Bordurie Libérée, édition du soir

Monsieur Toulemonde lit La Bordurie Libérée, son quotidien favori, dans son fauteuil favori.

La Bordurie Libérée, édition du soir, page 4. Cancer du rein : les statistiques montrent qu'il vaut mieux vivre à la campagne ...



Intermède II

Statistique, Calcul des Probabiliés
et
Entendement du Monde

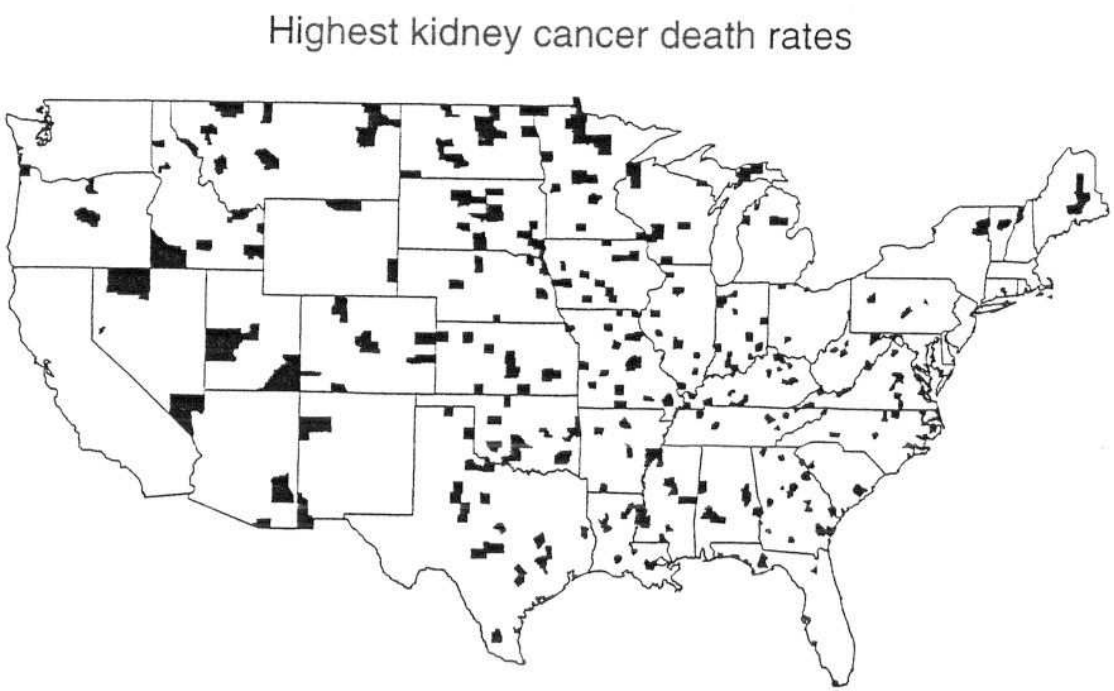
Starring : Monsieur Toulemonde et son quotidien favori

la scène est dans le salon de Monsieur Toulemonde

La Libre Syldavie, édition du matin

Monsieur Toulemonde lit La Libre Syldavie, son quotidien favori, dans son fauteuil favori.

La Libre Syldavie, édition du matin, page 2. Cancer du rein : les statistiques montrent qu'il ne fait pas bon vivre à la campagne ...



Intermède III

Statistique, Calcul des Probabiliés
et
Entendement du Monde

Où est l'Erreur ?

Starring : Monsieur Toulemonde; la Statistique

la scène est dans le salon de Monsieur Toulemonde

MONSIEUR TOULEMONDE La statistique, c'est vraiment n'importe quoi et son contraire! Les statisticiens sont tous des charlatans!

MONSIEUR TOULEMONDE La statistique, c'est vraiment n'importe quoi et son contraire! Les statisticiens sont tous des charlatans!

LA STATISTIQUE La Statistique est l'art de transformer les *données* de l'observation en *information* ...

MONSIEUR TOULEMONDE (lui coupant la parole) ... et les mêmes données ici sont transformées en informations diamétralement opposées!

MONSIEUR TOULEMONDE La statistique, c'est vraiment n'importe quoi et son contraire! Les statisticiens sont tous des charlatans!

LA STATISTIQUE La Statistique est l'art de transformer les *données* de l'observation en *information* ...

MONSIEUR TOULEMONDE (lui coupant la parole) ... et les mêmes données ici sont transformées en informations diamétralement opposées!

LA STATISTIQUE Non. Ce qui manque ici, c'est précisément la phase d'analyse statistique des données observées, encore appelée *inférence statistique*. Cette analyse n'est pertinente que par référence à un modèle probabiliste de génération des données. Ce que les économètres appellent le DGP *(data generating process)*. Cette analyse ici fait totalement défaut, et c'est son absence qui conduit à la contradiction qui vous choque.

MONSIEUR TOULEMONDE La statistique, c'est vraiment n'importe quoi et son contraire! Les statisticiens sont tous des charlatans!

LA STATISTIQUE La Statistique est l'art de transformer les *données* de l'observation en *information* ...

MONSIEUR TOULEMONDE (lui coupant la parole) ... et les mêmes données ici sont transformées en informations diamétralement opposées!

LA STATISTIQUE Non. Ce qui manque ici, c'est précisément la phase d'analyse statistique des données observées, encore appelée *inférence statistique*. Cette analyse n'est pertinente que par référence à un modèle probabiliste de génération des données. Ce que les économètres appellent le DGP *(data generating process)*. Cette analyse ici fait totalement défaut, et c'est son absence qui conduit à la contradiction qui vous choque.

MONSIEUR TOULEMONDE (il pousse un profond soupir) J'ai de très mauvais souvenirs du cours de Calcul des Probabilités que j'ai suivi à l'Université! Même les meilleurs d'entre nous se trompaient tout le temps!! Et mon assistant (un élève de Benzécri), adversaire farouche des approches probabilistes, répétait constamment *"Let the data speak for themselves!"*

même les spécialistes se trompaient tout le temps ...

De toutes les disciplines mathématiques, le calcul des probabilités est en effet celle qui a vu le plus grand nombre d'esprits éminents faire le plus d'erreurs grossières. Ainsi, d'Alembert, dans l'article `croix et pile" (càd pile ou face) de *l'Encyclopédie*, obtient au terme d'un raisonnement bancal (il compte trois 3 cas possibles, Px, FP et FF) la valeur 1/3 pour la probabilité d'obtenir deux fois face en deux jets—n'importe quel potache aujourd'hui sait que cette probabilité vaut 1/4

"Let the data speak for themselves ..."

... le problème, c'est que, sans référence à un modèle, les données le plus souvent ne disent pas grand-chose ... et qu'en forçant un peu, on peut leur faire dire des choses contradictoires, comme dans l'exemple ci-dessus.

L'explication du paradoxe est simple, mais n'est possible que par référence à un modèle probabiliste. Si on considère que chaque habitant des Etats-Unis a une probabilité p de décéder d'un ancer du rein au cours de l'année à venir, le nombre X (un entier naturel) de décès dûs à ce type de cancer dans un county de M habitants est une variable Binomiale de moyenne Mp et de variance $Mp(1-p)$.

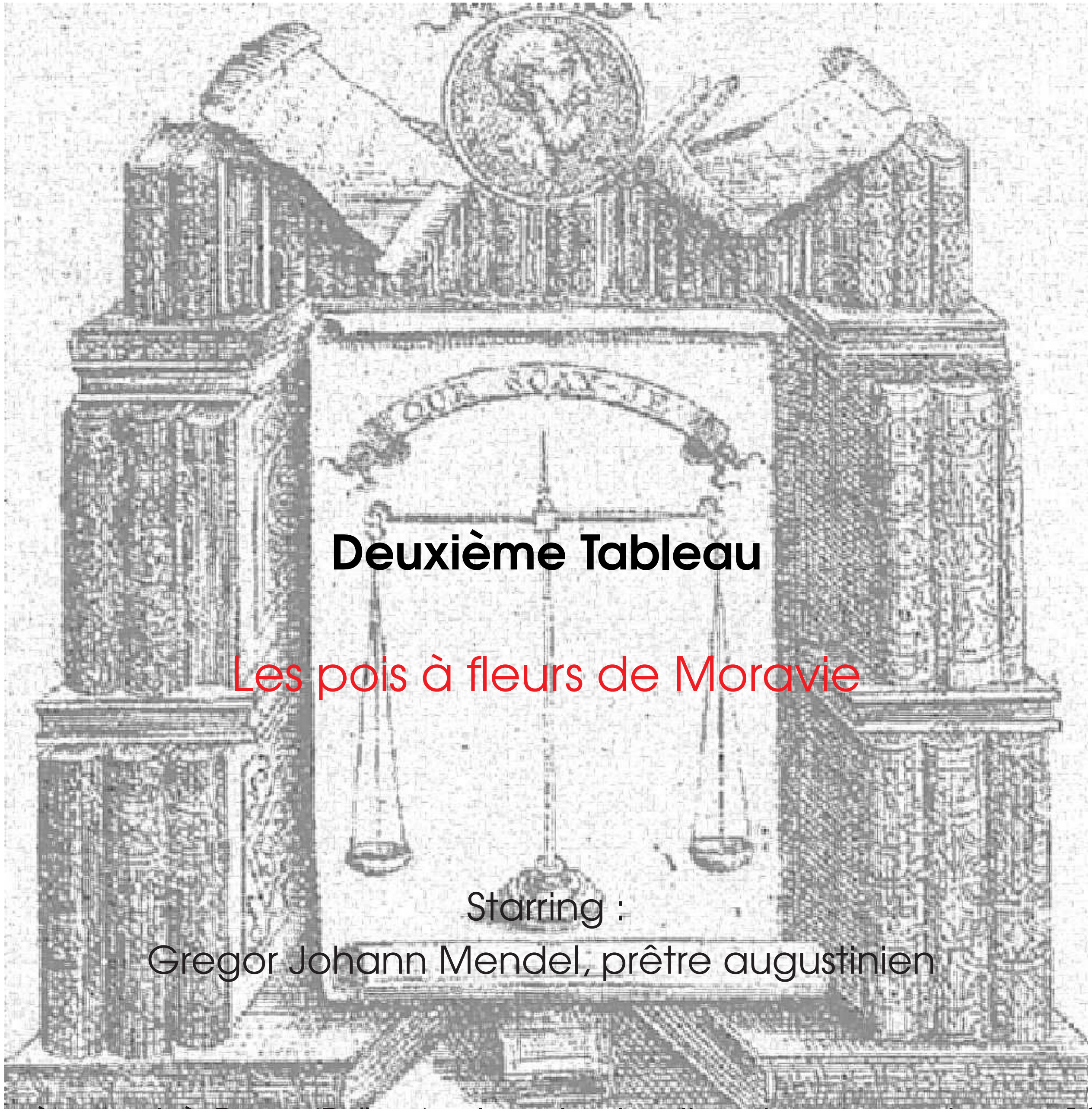
Heureusement, p est petit, de l'ordre de 0,00005 : le cancer du rein est relativement rare.

- dans les grands counties, le taux X/M sera proche du taux national $p = 0,00005$
- dans les petits counties (considérons, par exemple, $M = 10000$ habitants), la moyenne de X est $Mp =$0,5 et ses valeurs les plus probables sont 0 et 1. Si X prend la valeur 0, le taux est nul également, ce qui donne le taux d'incidence le plus faible possible. Si X prend la valeur 1, le même taux devient $X/M = 1/M = 1/10000$, soit une valeur deux fois supérieure au taux national—une valeur énorme!

"Let the data speak for themselves ..."

Les deux graphiques examinés ne montrent donc rien d'autre que les counties de faible population, majoritairement situés dans les zones rurales peu peuplées du centre et du sud du pays.

Sans un regard probabiliste sur la façon dont ont été engendrées les données, cette conclusion (seule raisonnable) est inaccessible.



Deuxième Tableau

Les pois à fleurs de Moravie

Starring :
Gregor Johann Mendel, prêtre augustinien

la scène est à Brno (Brünn), dans les jardins du couvent, vers 1860

Gregor Johann Mendel

Gregor Johann Mendel (1822-1884)

Gregor Johann Mendel

Gregor Johann Mendel (1822-1884)

D'origine modeste, il entre dans les ordres en 1848.

Il fréquente l'Université de Vienne (physique, botanique) puis revient à Brno (nommée Brünn à lépoque) comme supérieur d'un monastère augustinien.

Ses expériences sur l'hybridations des pois à fleurs l'amènent à jeter les bases de la théorie moderne de l'hérédité.

Ses travaux resteront méconnus de son vivant.

Gregor Johann Mendel

Gregor Johann Mendel (1822-1884)

D'origine modeste, il entre dans les ordres en 1848.

Il fréquente l'Université de Vienne (physique, botanique) puis revient à Brno (nommée Brünn à lépoque) comme supérieur d'un monastère augustinien.

Ses expériences sur l'hybridations des pois à fleurs l'amènent à jeter les bases de la théorie moderne de l'hérédité.

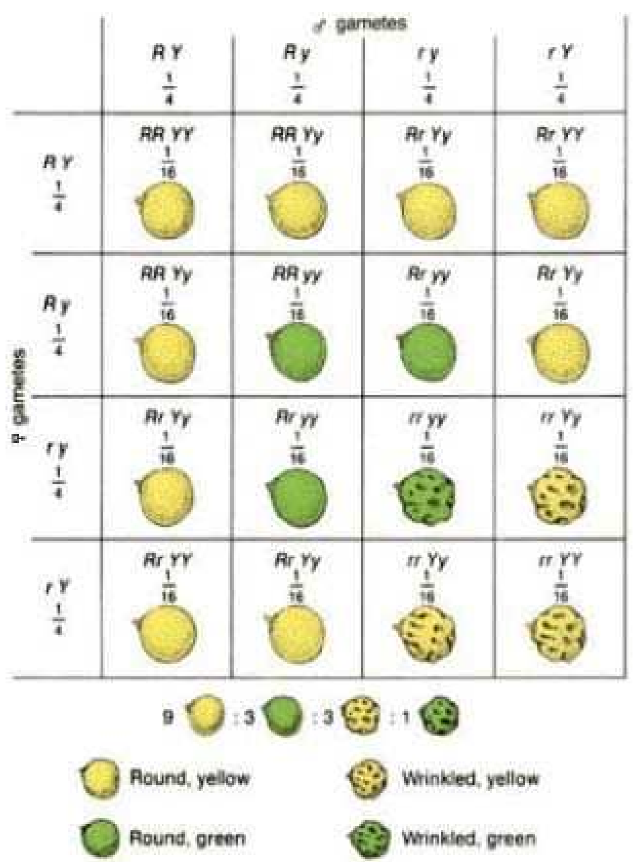
Ses travaux resteront méconnus de son vivant.

La deuxième loi de Mendel

Dans ce qui constitue une de ses expériences les plus représentatives, Mendel procède au croisement de deux types de pois, les uns jaunes et lisses, les autres verts et ridés. La deuxième génération provenant du croisement de ces deux types fournit quatre sortes de pois, combinant les couleurs jaunes et vertes avec les aspects lisses et ridés selon le schéma suivant :

La deuxième loi de Mendel

Dans ce qui constitue une de ses expériences les plus représentatives, Mendel procède au croisement de deux types de pois, les uns jaunes et lisses, les autres verts et ridés. La deuxième génération provenant du croisement de ces deux types fournit quatre sortes de pois, combinant les couleurs jaunes et vertes avec les aspects lisses et ridés selon le schéma suivant :



La deuxième loi de Mendel (1)

En se fondant sur ce schéma, Mendel énonce ce qui est connu sur le nom de *deuxième loi de Mendel* : sur 16 pois provenant de la seconde génération de ce croisement, 9 sont jaunes et lisses, 3 sont jaunes et ridés, 3 sont verts et lisses et un seul est vert et ridé :

La deuxième loi de Mendel (1)

En se fondant sur ce schéma, Mendel énonce ce qui est connu sur le nom de *deuxième loi de Mendel* : sur 16 pois provenant de la seconde génération de ce croisement, 9 sont jaunes et lisses, 3 sont jaunes et ridés, 3 sont verts et lisses et un seul est vert et et ridé :

	jaunes	verts
lisses	9	3
ridés	3	1

La deuxième loi de Mendel (1)

En se fondant sur ce schéma, Mendel énonce ce qui est connu sur le nom de *deuxième loi de Mendel* : sur 16 pois provenant de la seconde génération de ce croisement, 9 sont jaunes et lisses, 3 sont jaunes et ridés, 3 sont verts et lisses et un seul est vert et et ridé :

	jaunes	verts
lisses	9	3
ridés	3	1

Cette loi est-elle réfutable par l'observation? L' observation de 16 pois répartis en

	jaunes	verts
lisses	10	2
ridés	4	0

constitue-t-elle une réfutation ??

La deuxième loi de Mendel (2)

Non, bien sûr, car la loi de Mendel n'est pas une loi déterministe. Ce que Mendel a en tête, même s'il ne l'exprime pas de cette façon, c'est que, si un pois est prélevé au hasard dans la population des pois issus de la seconde génération de ce croisement, les probabilités pour qu'il soit jaune et lisse, jaune et ridé, etc. sont fournies par le tableau

	jaunes	verts
lisses	9/16	3/16
ridés	3/16	1/16

La deuxième loi de Mendel (2)

Non, bien sûr, car la loi de Mendel n'est pas une loi déterministe. Ce que Mendel a en tête, même s'il ne l'exprime pas de cette façon, c'est que, si un pois est prélevé au hasard dans la population des pois issus de la seconde génération de ce croisement, les probabilités pour qu'il soit jaune et lisse, jaune et ridé, etc. sont fournies par le tableau

	jaunes	verts
lisses	9/16	3/16
ridés	3/16	1/16

La conséquence est que cette loi n'est jamais strictement réfutable : aucune des répartition possibles (pour n pois observés), du type

	jaunes	verts
lisses	n_1	n_2
ridés	n_3	n_4

telle que $0 \leq n_i \leq n$ et $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = n$ (n_i entiers) n'est en effet incompatible avec les probabilités fournies ci-dessus et ne permet donc de la mettre en défaut.

La deuxième loi de Mendel (3)

La seule réfutation possible de la loi probabiliste qu'est la seconde loi de Mendel est de nature statistique : rejet, par un test d'hypothèse de niveau $\alpha > 0$ donné, de l'hypothèse nulle que les probabilités pour qu'un pois prélevé au hasard dans la population des pois issus de la seconde génération de ce croisement décrit soit jaune et lisse, jaune et ridé, etc. sont celles que fournit Mendel. Mais le risque de rejeter à tort cette hypothèse doit être fixé à $\alpha > 0$: il n'y a donc pas de "réfutation absolue" possible—seule une réfutation "à un niveau de probabilité $\alpha > 0$" est envisageable.

La deuxième loi de Mendel (3)

La seule réfutation possible de la loi probabiliste qu'est la seconde loi de Mendel est de nature statistique : rejet, par un test d'hypothèse de niveau $\alpha > 0$ donné, de l'hypothèse nulle que les probabilités pour qu'un pois prélevé au hasard dans la population des pois issus de la seconde génération de ce croisement décrit soit jaune et lisse, jaune et ridé, etc. sont celles que fournit Mendel. Mais le risque de rejeter à tort cette hypothèse doit être fixé à $\alpha > 0$: il n'y a donc pas de "réfutation absolue" possible—seule une réfutation "à un niveau de probabilité $\alpha > 0$" est envisageable.

Pour que la loi de Mendel puisse être considérée comme une théorie scientifique au sens de Popper—ce que personne ne désire contester—il faut donc admettre la réfutabilité au sens statistique (au sens des tests d'hypothèses), et avec une erreur (dite *de première espèce* et consistant à rejeter à tort une théorie correcte) de probabilité α non nulle. Cette probabilité, appelée *niveau du test*, est choisie au préalable.

La deuxième loi de Mendel (3)

La seule réfutation possible de la loi probabiliste qu'est la seconde loi de Mendel est de nature statistique : rejet, par un test d'hypothèse de niveau $\alpha > 0$ donné, de l'hypothèse nulle que les probabilités pour qu'un pois prélevé au hasard dans la population des pois issus de la seconde génération de ce croisement décrit soit jaune et lisse, jaune et ridé, etc. sont celles que fournit Mendel. Mais le risque de rejeter à tort cette hypothèse doit être fixé à $\alpha > 0$: il n'y a donc pas de "réfutation absolue" possible—seule une réfutation "à un niveau de probabilité $\alpha > 0$" est envisageable.

Pour que la loi de Mendel puisse être considérée comme une théorie scientifique au sens de Popper—ce que personne ne désire contester—il faut donc admettre la réfutabilité au sens statistique (au sens des tests d'hypothèses), et avec une erreur (dite *de première espèce* et consistant à rejeter à tort une théorie correcte) de probabilité α non nulle. Cette probabilité, appelée *niveau du test*, est choisie au préalable.

Ici encore, et de façon plus indiscutable peut-être que dans le cas de la réfutation éventuelle des lois d'Einstein, la statistique, et plus particulièrement la méthode des tests d'hypothèses, apparaît comme l'outil central de la démarche scientifique.

La deuxième loi de Mendel (4)

Le test d'hypothèse classique pour ce problème décrit est le test chi-carré d'ajustement. Des voix e sont élevées, suite à l'examen des carnets d'expériences de Mendel, pour contester, sinon la correction de ses conclusions, la véracité de ses résultats expérimentaux. La conformité au modéle des observations notées dans ses cahiers d'expériences semble en effet "trop bonne pour être vraie", et certains (notamment R. A. Fisher, 1936) ont été jusqu'à dire que Mendel ou ses assistants avaient "arrangé" les données afin de renforcer ses thèses.

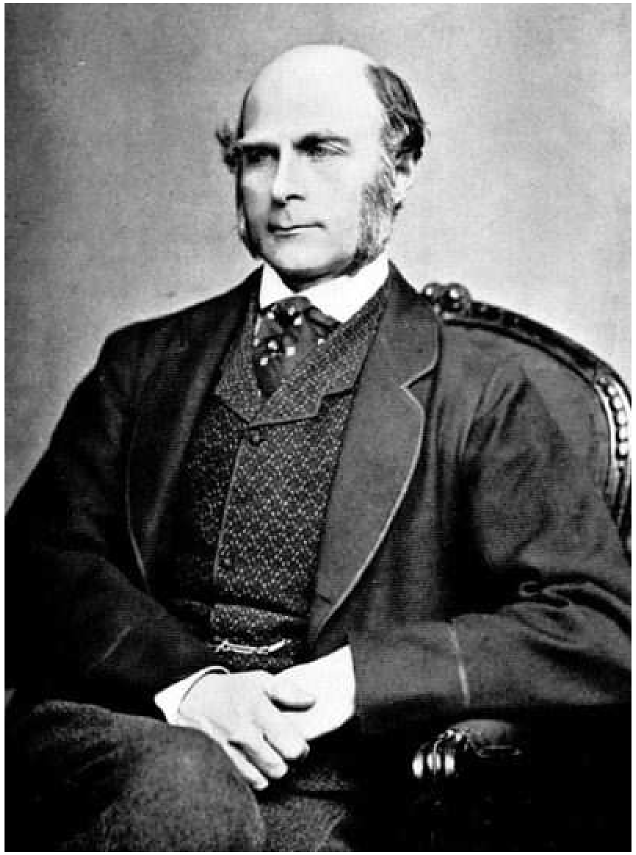
Troisième Tableau

La Régression vers la Médiocrité
et
l'Histoire économique en 1933

Starring :
Sir Francis Galton, Horace Secrist (économètre, Northwestern), et Harold Hotelling (statisticien, Columbia)

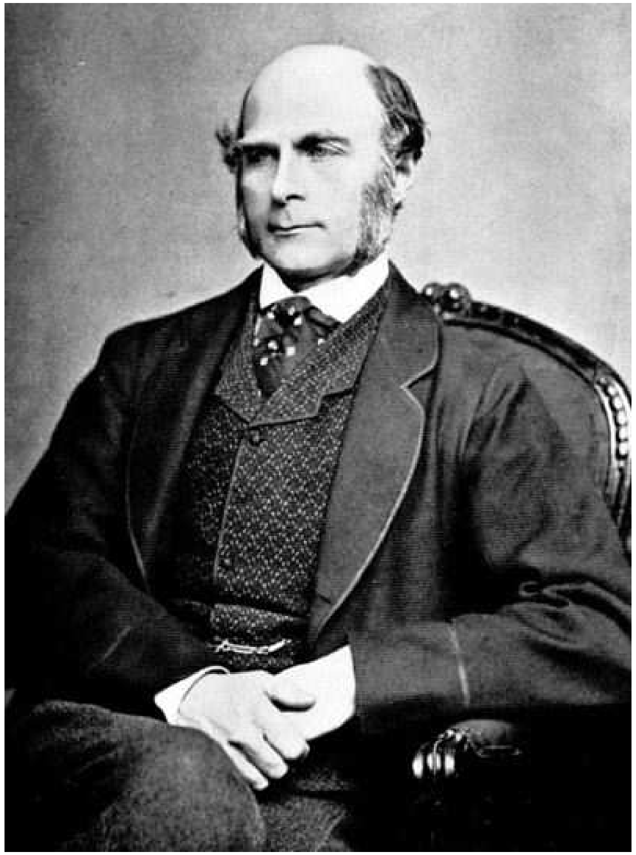
la scène est à Londres en 1850, puis dans les colonnes du *Journal of the American Statistical Association* en 1933

Sir Francis Galton



Sir Francis Galton (1822-1911)

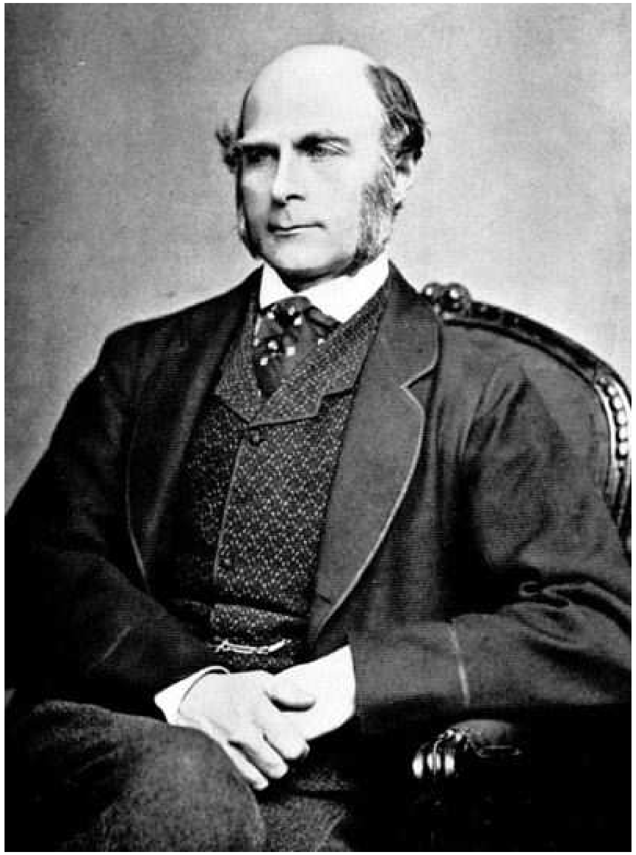
Sir Francis Galton



Sir Francis Galton (1822-1911)

Cet homme de science mais aussi d'action est né dans une famille d'intellectuels fortunés (il est cousin de Charles Darwin).

Sir Francis Galton

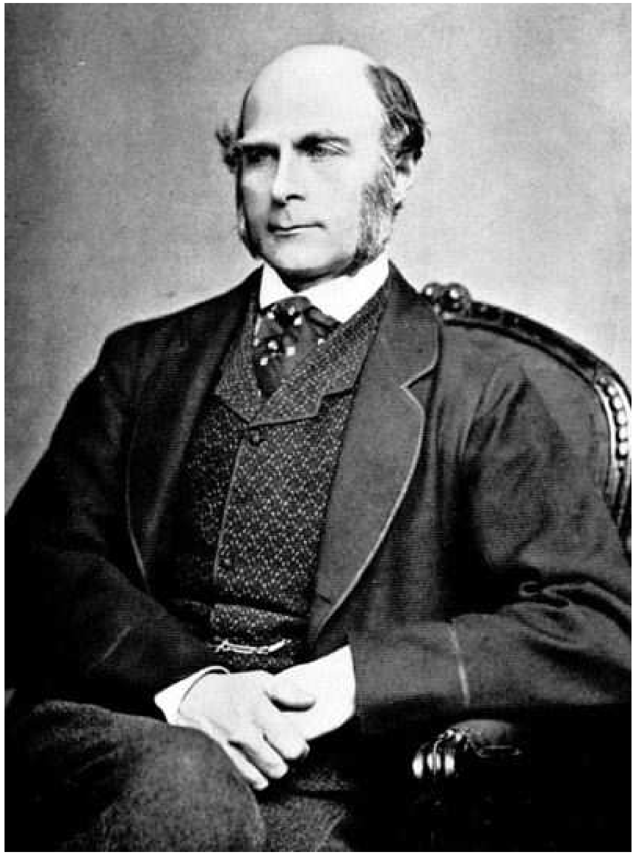


Sir Francis Galton (1822-1911)

Cet homme de science mais aussi d'action est né dans une famille d'intellectuels fortunés (il est cousin de Charles Darwin).

Enfant prodige (il lit à l'âge de 2 ans) et touche-à-tout de génie, il s'intéressera à la géographie et à l'exploration (expéditions au Soudan et en Namibie), à la météorologie (on lui doit le mot "anticyclone"), à la psychologie, à la biologie et ... à la statistique.

Sir Francis Galton



Sir Francis Galton (1822-1911)

Cet homme de science mais aussi d'action est né dans une famille d'intellectuels fortunés (il est cousin de Charles Darwin).

Enfant prodige (il lit à l'âge de 2 ans) et touche-à-tout de génie, il s'intéressera à la géographie et à l'exploration (expéditions au Soudan et en Namibie), à la météorologie (on lui doit le mot "anticyclone"), à la psychologie, à la biologie et ... à la statistique.

Il est l'inventeur de nombreuses méthodes couramment employées depuis et de notions telles que l'étalonnage, la régression, la corrélation, l'analyse factorielle,...

Sir Francis et l'invention de la régression (1)

Les enfants ressemblent à leurs parents : il est des familles de "grands" et des familles de "petits", des familles de maigres et des familles de joufflus, des familles de sanguins et des familles d'hypotendus ... avec des variations, toutefois.

Sir Francis et l'invention de la régression (1)

Les enfants ressemblent à leurs parents : il est des familles de "grands" et des familles de "petits", des familles de maigres et des familles de joufflus, des familles de sanguins et des familles d'hypotendus ... avec des variations, toutefois.

En 1885, l'examen attentif d'un grand nombre de données expérimentales amène Francis Galton à énoncer un principe extrêmement général, voire universel : la *réversion vers la moyenne* ou *régression vers la médiocrité*. Ses observations, commencées sur les graines de pois de senteur, sont mieux connues par l'exemple de la taille des fils comparée à celle des pères.

Sir Francis et l'invention de la régression (2)

En termes modernes, considérons un couple père-fils prélevé au hasard dans une population; notons X la taille du père et Y celle du fils. En raison des lois de l'hérédité, ces deux grandeurs ne sont pas indépendantes, et il est admis que la loi de probabilité du couple (X, Y) peut être considérée comme normale bivariée.

Sir Francis et l'invention de la régression (2)

En termes modernes, considérons un couple père-fils prélevé au hasard dans une population; notons X la taille du père et Y celle du fils. En raison des lois de l'hérédité, ces deux grandeurs ne sont pas indépendantes, et il est admis que la loi de probabilité du couple (X, Y) peut être considérée comme normale bivariée.

Supposons que la distribution de la taille des individus dans cette population soit stable dans le temps (pas de croissance générale de la population en l'espace d'une génération). La loi de X et celle de Y coïncident donc : la même loi normale, de moyenne μ et de variance σ^2.

Sir Francis et l'invention de la régression (2)

- On sait que, dans ces conditions, la loi conditionnelle de Y sachant que X prend la valeur x est encore une loi normale, mais de moyenne $\mu + \beta(x - \mu)$, une fonction linéaire de x, de pente β. En d'autres termes, la taille moyenne conditionnelle d'un fils dont le père est de taille x est

$$\mu + \beta(x - \mu).$$

On en déduit immédiatement que la taille d'un fils dont le père est plus petit (plus grand) que la moyenne générale μ est elle-même, en moyenne, inférieure (supérieure) à μ.

Sir Francis et l'invention de la régression (2)

- On sait que, dans ces conditions, la loi conditionnelle de Y sachant que X prend la valeur x est encore une loi normale, mais de moyenne $\mu + \beta(x - \mu)$, une fonction linéaire de x, de pente β. En d'autres termes, la taille moyenne conditionnelle d'un fils dont le père est de taille x est

$$\mu + \beta(x - \mu).$$

On en déduit immédiatement que la taille d'un fils dont le père est plus petit (plus grand) que la moyenne générale μ est elle-même, en moyenne, inférieure (supérieure) à μ.

- Un calcul élémentaire montre que, dans un cadre général, la pente β vaut $\rho \dfrac{\sigma_Y}{\sigma_X}$, où

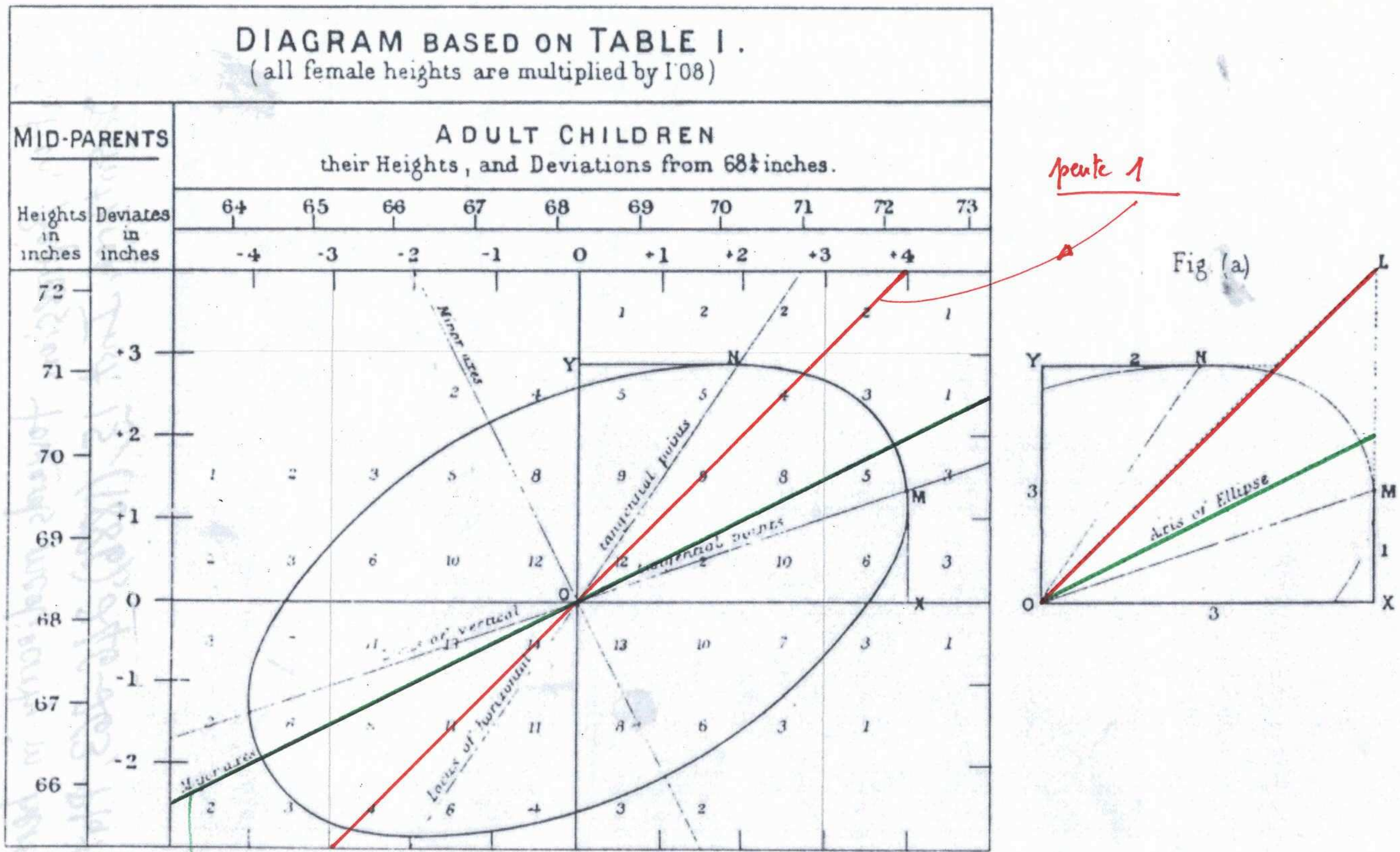
ρ est le *coefficient de corrélation* de (X, Y), $\quad \sigma_X^2$ est la variance de X et σ_Y^2 celle de Y.

Puisque $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2 (= \sigma^2)$, on a $\beta = \rho$, et la taille moyenne conditionnelle du fils s'écrit donc

$$\mu + \rho(x - \mu).$$

- Or un coefficient de corrélation, par essence, est une grandeur comprise entre -1 et 1. On a donc la situation suivante :

Sir Francis et l'invention de la régression (3)



Taille moyenne du fils sachant la taille du père (pente : $\rho < 1$)

Sir Francis et l'invention de la régression (4)

- La taille moyenne du fils d'un père "grand" est donc inférieure à celle de son père; celle du fils d'un père "petit" est supérieure à celle de son père, d'où l'expression "régression vers la médiocrité" utilisée par Galton.

- Mais il faut se garder d'interpréter ce phénomène comme une "évolution de la population vers la médiocrité". La distribution de la taille des fils, dans ce schéma, reste globalement la même que celle de la taille des pères! En particulier, aucune convergence vers la moyenne μ puisque la variance (la dispersion autour de μ) ne varie pas d'une génération à l'autre.

- Pères et fils d'ailleurs jouent des rôles symétriques, et le père d'un fils "grand" est conditionnellement plus petit, en moyenne, que son fils, tandis que le père d'un fils "petit" est, conditionnellement, en moyenne plus grand que son fils. Ce qui s'interpréterait comme une évolution en sens inverse (à tort, puisqu' il faut insister sur le fait qu'il n'y a, macroscopiquement, pas d'évolution du tout)!

L'histoire économique en 1933 (1)

En 1933, Sir Francis Galton aurait eu 110 ans ...

L'histoire économique en 1933 (1)

En 1933, Sir Francis Galton aurait eu 110 ans ...

En 1933, en pleine *Grande Dépression*, paraît un ouvrage, intitulé "The Triumph of Mediocrity in Business", qui secoue profondément le monde économique. L'auteur, Horace Secrist, professeur de statistique économique à Northwestern, d'excellente réputation internationale, a passé dix années de sa vie (il a 51 ans), entouré de nombreux assistants, à mettre en évidence, avec un luxe de précautions inouï, un fait navrant et qui jusque là avait échappé à la sagacité des chercheurs, une découverte phénoménale, une loi fondamentale de l'évolution économique de la Nation, qui expliquait sans doute les difficultés insurmontables du moment : "L'évolution du *competitive business* aux Etats-Unis se fait, inexorablement, vers la médiocrité—tel est le (lourd) prix de la liberté d'entreprendre!"

L'histoire économique en 1933 (2)

De façon plus précise, Secrist consacre 468 pages, 140 figures et 103 tableaux à mettre en évidence la triste vérité empirique des ses thèses. Celle-ci se fonde sur l'étude d'un nombre extraordinairement élevé de séries chronologiques industrielles et commerciales, qu'il traite de la façon suivante. Dans un ensemble de 49 chaînes de grands magasins, par exemple, il suit sur dix années (1920-1930) l'évolution du rapport entre le bénéfice net et le volume des ventes. Il divise cet ensemble en quatre groupes : le groupe des 25% de chaînes les plus performantes en 1920, le groupe des 25 % les moins performantes, etc. Il suit ensuite ces groupes—plus exactement, leur performance moyenne—sur les dix années de l'étude, et obtient le tragique "stylized fact" résumé par les graphes suivants ("Let the data speak for themselves!") :

L'histoire économique en 1933 (3)

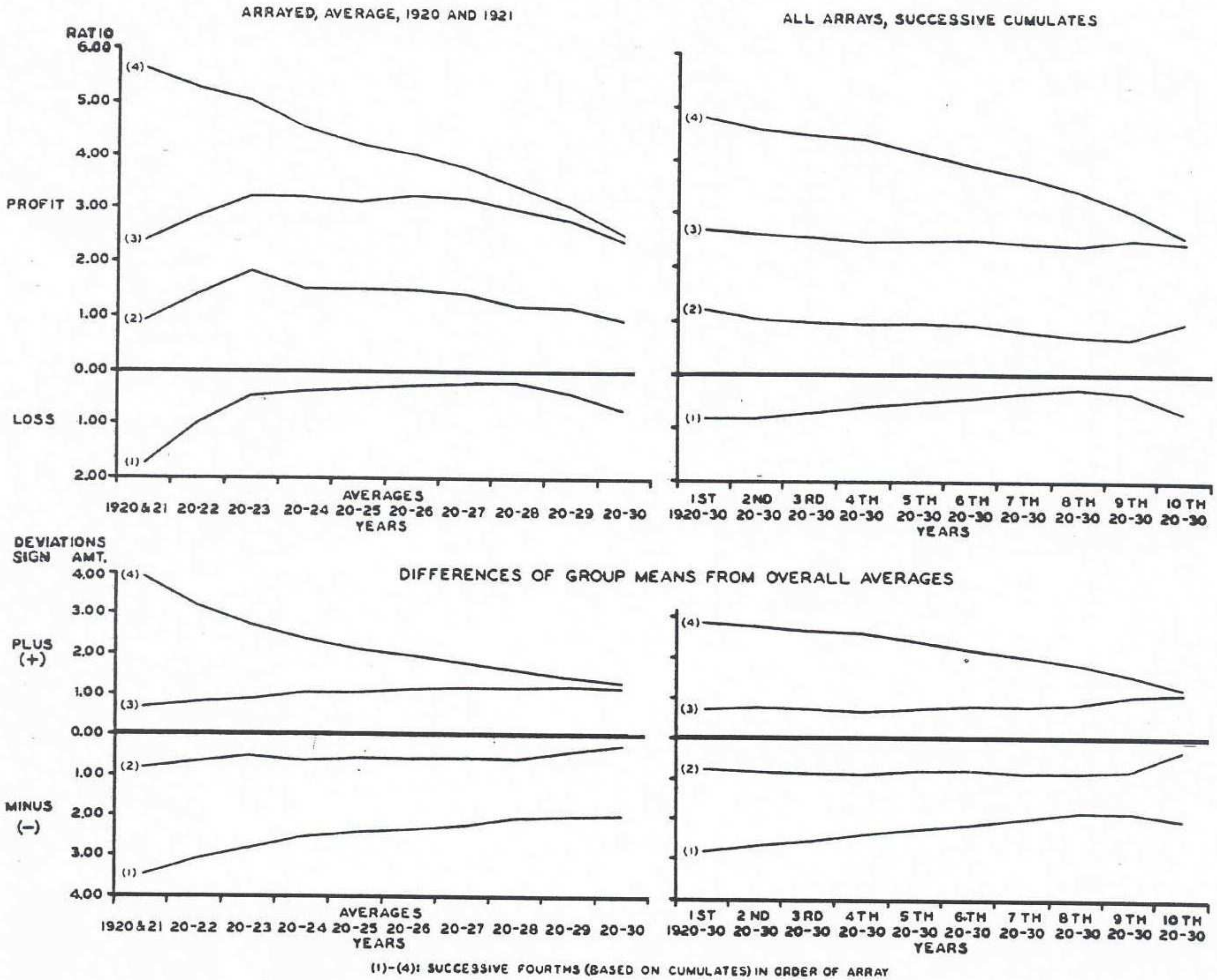


FIG. 1. *One of Secrist's* 104 *charts: the lower left-hand panel shows the trend in group means over time of* 49 *department store's profits, grouped according to which quartile they belonged in* 1920*, with the overall yearly averages subtracted. Note the regression toward the mean (Secrist,* 1933*, page* 176*).*

L'histoire économique en 1933 (4)

Le phénomène se répète dans toutes les séries qu'il examine ... Un véritable darwinisme économique, conséquence du libéralisme du système socio-économique américain, condamne donc l'économie à un nivellement aussi médiocre qu'inexorable.

Les conclusions de Secrist secouent le monde économique, qui loue le soin apporté à l'analyse statistique, et acclame ce qui est aussitôt considéré comme le *"Origin of Species"* de l'économie. Diagnostiquer le mal, c'est pointer le doigt vers sa solution, une solution qui semble bien nécessaire et urgente en 1933 ...

L'histoire économique en 1933 (4)

Le phénomène se répète dans toutes les séries qu'il examine ... Un véritable darwinisme économique, conséquence du libéralisme du système socio-économique américain, condamne donc l'économie à un nivellement aussi médiocre qu'inexorable.

Les conclusions de Secrist secouent le monde économique, qui loue le soin apporté à l'analyse statistique, et acclame ce qui est aussitôt considéré comme le *"Origin of Species"* de l'économie. Diagnostiquer le mal, c'est pointer le doigt vers sa solution, une solution qui semble bien nécessaire et urgente en 1933 ...

Une seule voix discordante vient troubler la louange universelle : celle de Harold Hotelling, qui enseigne la Statistique à Columbia, et qui, dans son compte-rendu du *Journal of the American Statistical Association*, dénonce poliment mais fermement la subtile erreur statistique. Ou plutôt, l'absence, une fois de plus, d'une analyse statistique par référence au modèle probabiliste sous-jacent.

La critique de Hotelling se révélera dévastatrice et, après une brève polémique, tout le monde s'empressa d'oublier Horace Secrist et son *triomphe de la médiocrité*.

L'histoire économique en 1933 (5)

Où est l'erreur?

Certainement pas au niveau de la description des données : une convergence vers la moyenne y est bien visible et bien évidente. L'erreur est au niveau de l'interprétation qu'en tire Horace Secrist, et qui a le tort de faire l'impasse sur l'analyse probabiliste.

L'histoire économique en 1933 (6)

Supposons, pour simplifier, que la distribution des performances en 1920 des 49 entreprises examinées plus haut soit un échantillon de 49 valeurs aléatoires indépendantes et de même loi. Le groupe des 25 % d'entreprises ayant connu cette année-là les meilleures performances n'est alors que le quart de celles qui "ont eu le plus de chance" en 1921. Un pur effet de hasard : rien d'autre ne vient distinguer ces entreprises des autres. Imaginons que lla situation de ces entreprises n'ait pas changé en 1921 et que les observations de 1921 soient à nouveau un échantillon aléatoire de 49 valeurs, indépendantes de celles de 1920. Il n'y a aucune raison pour que le groupe des 25 % de celles qui "ont eu le plus de chance" en 1920 renouvelle en bloc ce coup de chance en 1921, et leur performance moyenne se situera, avec une probabilité élevée, autour de la moyenne générale—les "champions" de 1920 retournent donc à la médiocrité dès 1921.

L'histoire économique en 1933 (6)

Supposons, pour simplifier, que la distribution des performances en 1920 des 49 entreprises examinées plus haut soit un échantillon de 49 valeurs aléatoires indépendantes et de même loi. Le groupe des 25 % d'entreprises ayant connu cette année-là les meilleures performances n'est alors que le quart de celles qui "ont eu le plus de chance" en 1921. Un pur effet de hasard : rien d'autre ne vient distinguer ces entreprises des autres. Imaginons que lla situation de ces entreprises n'ait pas changé en 1921 et que les observations de 1921 soient à nouveau un échantillon aléatoire de 49 valeurs, indépendantes de celles de 1920. Il n'y a aucune raison pour que le groupe des 25 % de celles qui "ont eu le plus de chance" en 1920 renouvelle en bloc ce coup de chance en 1921, et leur performance moyenne se situera, avec une probabilité élevée, autour de la moyenne générale—les "champions" de 1920 retournent donc à la médiocrité dès 1921.

La réalité est plus complexe, bien entendu. Le "top 25 % de 1920" est un mélange, et comprend des entreprises qui à la fois sont intrinsèquement plus performantes *et* ont eu en 1920 une "bonne année". On peut imaginer que leur supériorié intrinsèque se maintient plus ou moins au long des dix années d'observation—de fait, la performance moyenne de ce "top 25 % de 1920" reste supérieure à celle des autres groupes : le "top 25 % de 1920" est toujours "top 25 % " en 1930. Mais la chance, elle, se redistribue chaque année : à une année exceptionnellement bonne ne peut que succéder, toutes autres choses restant égales, qu'une année plus proche de la moyenne.

L'histoire économique en 1933 (7)

- D'ailleurs, l'examen de l'évolution, sur les dix années d'observation, de la variance pour l'ensemble des 49 entreprises, ne permet de déceler aucun phénomène de "concentration croissante" autour de la moyenne.

L'histoire économique en 1933 (7)

- D'ailleurs, l'examen de l'évolution, sur les dix années d'observation, de la variance pour l'ensemble des 49 entreprises, ne permet de déceler aucun phénomène de "concentration croissante" autour de la moyenne.

- Et si les regroupements avaient été effectués sur base des performances finales en 1931, l'évolution dans les graphes ci-dessus aurait été observée en sens inverse, de la médiocrité vers l'excellence pour le "top 25 % de 1930"!

L'histoire économique en 1933 (7)

- D'ailleurs, l'examen de l'évolution, sur les dix années d'observation, de la variance pour l'ensemble des 49 entreprises, ne permet de déceler aucun phénomène de "concentration croissante" autour de la moyenne.
- Et si les regroupements avaient été effectués sur base des performances finales en 1931, l'évolution dans les graphes ci-dessus aurait été observée en sens inverse, de la médiocrité vers l'excellence pour le "top 25 % de 1930"!

Horace Secrist cependant n'était pas un débutant inexpérimenté. Il était statisticien. Mais il a manqué de sens critique, et n'a pas suffisamment exercé ses facultés de doute.

Epilogue

"Que Scay-je?"

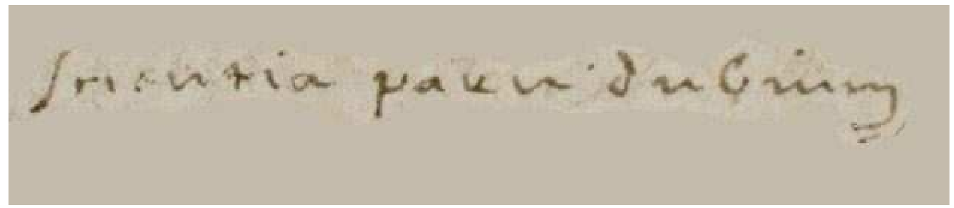
Starring : Michel de Montaigne

Doute (du latin *dubium*, dont la racine est *duo*), “état de l’esprit qui ne se sent pas assez éclairé pour porter un jugement et prononcer entre deux choses. Le doute est particulièrement un fait de l’intelligence et indépendant de la volonté; aussi, quoiqu’il semble identique avec le scepticisme, il en diffère en ce que ce dernier consiste à examiner, à considérer le pour et le contre, tandis que le doute est le plus souvent le résultat d’un examen qui n’a pas donné la lumière. Les humains doutent, parce qu’il ont une intelligence bornée; mais cette preuve de leur faiblesse en est aussi une de leur grandeur”.

Dictionnaire *Imago Mundi*

"Que scay-je?" interroge Montaigne ...

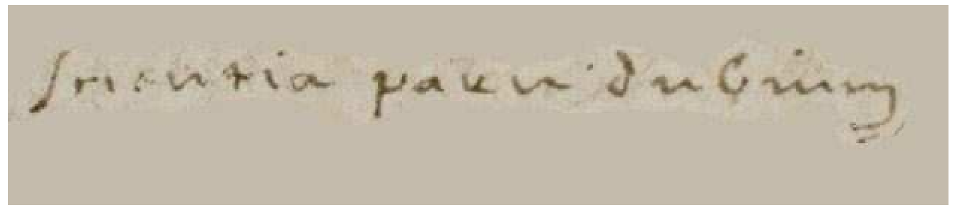
et il ajoute "Scientia parit dubium",
la Science engendre le doute.



La Statistique n'a d'autre objet que la gestion rationnelle de ce doute.

"Que scay-je?" interroge Montaigne ...

et il ajoute "Scientia parit dubium",
la Science engendre le doute.

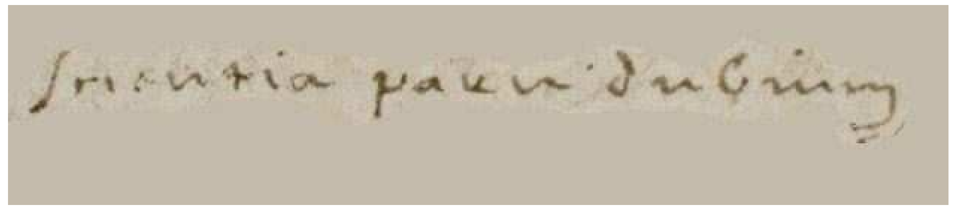


La Statistique n'a d'autre objet que la gestion rationnelle de ce doute.

Mais ne faudrait-il pas dire, tout aussi bien, "Scientiam parit dubium"? N'est-ce pas le doute qui enfante la Science? Science et doute ne sont-ils pas consubstantiels? "Solum certum nihil esse certi" (Pline, *Histoire naturelle* II, 7).

"Que scay-je?" interroge Montaigne ...

et il ajoute "Scientia parit dubium",
la Science engendre le doute.



La Statistique n'a d'autre objet que la gestion rationnelle de ce doute.

Mais ne faudrait-il pas dire, tout aussi bien, "Scientiam parit dubium"? N'est-ce pas le doute qui enfante la Science? Science et doute ne sont-ils pas consubstantiels? "Solum certum nihil esse certi" (Pline, *Histoire naturelle* II, 7).

La méthode statistique dans ce cas se trouve véritablement au coeur de la démarche scientifique.

Que sais-je?

Bibliographie sommaire

Gelman, A. and D. Nolan (2002) *Teaching Statistics, a bag of tricks*. Oxford University Press, Oxford.

Stigler, S.M. (1986) *The History of Statistics : the measurement of uncertainty before 1900*. Harvard University Press, Cambridge.

Stigler, S.M. (1996) The history of Statistics in 1933. *Statistical Science* **11**, 244-252.