sur la notation ∂ des dérivées partielles

20 octobre 2008

Les dérivées partielles des fonctions de plusieurs variables apparaissent déjà dans les travaux de NEWTON, LEIBNIZ et les BERNOULLI mais sans aucun symbolisme particulier :

le contexte permettant de décider s'il s'agit de dérivée ou de dérivées partielles.

- En 1694, LEIBNIZ dans une lettre au Marquis de l'HOSPITAL écrira δ_m pour $\frac{\partial m}{\partial x}$ et ϑ_m pour $\frac{\partial m}{\partial y}$
- En 1728, EULER usera des lettres P, Q et R respectivement pour $\frac{\partial V}{\partial x}$, $\frac{\partial V}{\partial y}$ et $\frac{\partial V}{\partial z}$ où V est une fonction des trois variables x, y et z
- En 1809, MONGE usera, quant à lui, de p et q pour $\frac{\partial f}{\partial x}$ et $\frac{\partial f}{\partial y}$ ainsi que de r, s et t pour les dérivées partielles $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ et $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$

- Pourtant le "∂" était apparu, en 1770, dans "Mémoire sur les Equations aux Différences Partielles" de CONDORCET :

> "Dans la suite de ce Mémoire, dz & ∂z désigneront ou deux différences partielles de z, dont une par rapport à x,
>
> l'autre par rapport à y ou bien dz sera une différentielle totale, & ∂z une différence partielle."

- En 1786, LEGENDRE introduira le symbolisme "classique" mais ... l'abandonnera assez vite (!) pour revenir à des notations "plus ambigües"

> "Pour éviter toute ambiguité, je représenterai par $\frac{\partial u}{\partial x}$ le coefficient de x dans la différence de u, & par $\frac{du}{dx}$ la différence complète de u divisée par d"

– Après de nombreuses notations diverses [cf. CAJORI : *A History of Mathematical Notations* Dover1993, pages 220-242] en 1841, JACOBI dans *"De determinantibus functionalibus"* :

> "Pour distinguer les dérivées partielles des dérivées ordinaires, où toutes les quantités variables sont regardées comme fonctions d'une seule,
>
> il était de coutume depuis EULER et d'autres, d'enfermer les dérivées partielles dans des parenthèses [$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)$].
>
> Comme une accumulation de parenthèses est assez pénible pour la lecture et l'écriture,
>
> j'ai préféré désigner les différentielles ordinaires par le caractère d et la différentielle partielle par ∂.
>
> > "Sed quia uncorum accumulatio et lengendi et scribendi molesti fieri solet, praetuli characteristic d differentia vulgaria, differentialia autem partiala characteristica ∂ denotare"
>
> Adoptant cette convention, l'erreur est exclue. Si nous avons une fonction f de x et de y, j'écrirai dès lors $df = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy$"

Cette notation ne fut pas adoptée sans discussion avant le XXè siècle : citons WEIERSTRASS , en 1874 :

> "Wir Deutsche gabrauchen statt dessen nach JACOBI's Vorgange für partielle Ableitungen das runde ∂ "