

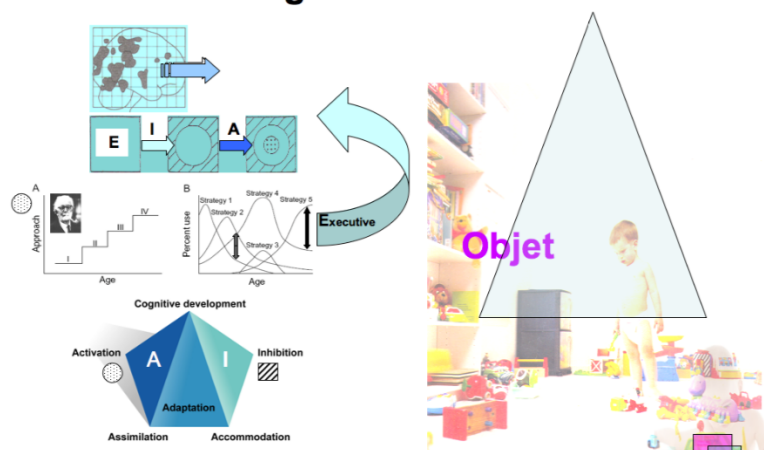


# La logique, le nombre et l'enfant

## *Se développer, c'est apprendre à s'inhiber.*

Joëlle Lamon, Haute Ecole Francisco Ferrer et ULB,  
joellelamon@yahoo.fr  
Alexandre Wajnberg, UREM-ULB,  
alexandre.wajnberg@skynet.be

### Modèle (post-piagétien) du développement cognitif de l'enfant



6 mai 2009

## Math-UREM

License <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.0/be/>

Creative Commons License : This Text is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivs 2.0 License

UNITÉ DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES  
Prof. Fr. Buekenhout - Prof. J. Sengier - Prof. R. Hinnion - C. Bouckaert  
fbueken@ulb.ac.be - sengier@ulb.ac.be - rhinnion@ulb.ac.be

<http://www.ulb.ac.be/sciences/urem/>

Campus Plaine, CP - 213  
Bd du Triomphe - 1050 Bruxelles  
Tél. Secr. (32) (2) 650 58 64  
Fax (32) (2) 650 58 67

## Résumé

Le 10 octobre 2008, à l'invitation de l'UREM, Olivier Houdé présentait à l'ULB une conférence intitulée *La logique, le nombre et l'enfant*. Nous avons souhaité reprendre ici les idées principales de cet exposé, dont nous avons apprécié la richesse. Nous espérons que ce document sera utile, non seulement aux nombreux auditeurs de la conférence, mais aussi à toutes les personnes intéressées par le sujet, et qu'il donnera envie aux lecteurs d'en savoir plus.

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Modèle post-piagétien du développement cognitif de l'enfant</b>	<b>1</b>
<b>3</b>	<b>Exemples</b>	<b>3</b>
3.1	Raisonnement adolescent - adulte . . . . .	3
3.1.1	"Si $P$ , alors $Q$ " ou la pensée hypothético-déductive . . . . .	3
3.1.2	Analyse . . . . .	3
3.1.3	Première conclusion . . . . .	4
3.1.4	Apport pédagogique du modèle . . . . .	4
3.2	Le nombre chez l'enfant de 3 à 7 ans . . . . .	4
3.2.1	Aspects du développement du cerveau . . . . .	4
3.2.2	Conservation du nombre . . . . .	4
3.2.3	Perception du nombre chez les bébés . . . . .	4
3.2.4	Analyse de ces expériences . . . . .	5
3.2.5	Rôle de l'ordre des expériences . . . . .	5
3.3	Permanence de l'objet chez le bébé . . . . .	5
<b>4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>5</b>
<b>5</b>	<b>Bibliographie</b>	<b>5</b>
5.1	Site d'Olivier Houdé . . . . .	5
5.2	Bibliographie d'Olivier Houdé . . . . .	5
5.3	Autres références utiles . . . . .	6

## 1 Introduction

Nous présentons ici un compte-rendu de l'exposé d'Olivier Houdé du 10 octobre 2008 à l'ULB, organisé par l'UREM (Unité de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques). Les auteurs remercient Charlotte Bouckaert, Annie Goovaerts, Jacques Lefebvre, Jacqueline Sengier et surtout Francis Buekenhout pour leurs conseils.

Soulignons un trait caractéristique de cet exposé : Olivier Houdé procède du complexe au simple et de l'abstrait au concret. Les exemples qu'il utilise se présentent dans l'ordre chronologique inverse.

## 2 Modèle post-piagétien du développement cognitif de l'enfant

L'intelligence est la forme optimale du développement biologique. Piaget s'intéresse au développement de l'architecture cognitive de l'enfant. La brique fondamentale de ce modèle est la permanence de l'objet (vers 8 mois) et l'unité de l'objet. Auparavant, dès que l'objet disparaît de la vision, il cesse d'exister pour le bébé. De 8 mois à un an environ, l'environnement est découpé en objets physiques et humains uniques et permanents.

Houdé part des quatre stades successifs envisagés par Piaget pour la construction de l'architecture cognitive :

1. sensorimoteur (de l'action au sens), privilégiant l'aspect concret ;

2. préopérateur, présent à l'école maternelle, prélude aux mathématiques, caractérisé par le nombre ;
3. opératoire, caractéristique de l'école primaire : privilégiant non seulement l'aspect quantitatif : le nombre mais aussi l'aspect qualitatif : la catégorisation selon la forme, la fonction, la couleur, c'est-à-dire la taxonomie dans le monde scientifique ;
4. formel, présent dans l'enseignement secondaire et privilégiant le raisonnement, les idées, le passage au raisonnement hypothéticodéductif : hypothèses, propositions logiques.

Les stades 2 et 3 sont ceux des opérations concrètes. Une image du passage au raisonnement est qu'avant l'adolescence, le possible est un cas particulier du réel, alors qu'à l'adolescence, le réel est un cas particulier du possible grâce à l'abstraction : l'enfant doit se baser sur le concret pour se représenter le monde, alors que l'adolescent est capable d'abstraire et d'aller au-delà de ce qu'il voit.

Houdé propose un modèle non linéaire repris de Robert Siegler et développé dans les travaux de Karen Wynn. A la différence de Piaget qui envisage ces stades comme des stades successifs, ce nouveau modèle les envisage sous forme de stratégies qui entrent en compétition face à une situation nouvelle.

Le schéma proposé ci-dessous (Figure 1, référence [11] p. 14) reprend la probabilité d'occurrence de ces stratégies, où chaque stratégie apparaît sous forme d'une courbe, les premières étant proches des premiers stades proposés par Piaget, et ayant une partie croissante puis décroissante.

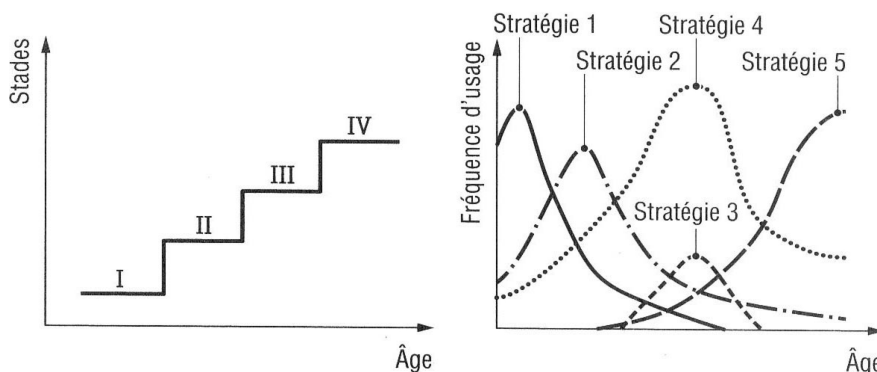


FIGURE 1 – Le modèle de Piaget et le modèle de Robert Siegler

Dans la mémoire de travail, il y a plusieurs façons de résoudre un problème : il faut donc opérer une sélection. Le contrôle de l'exécution des conduites se divise en deux fonctions : inhibition et action. Il est parfois nécessaire de bloquer l'action. En effet, le cerveau a besoin d'inhiber d'abord des stratégies pour en découvrir d'autres.

Lors d'expériences, les traces d'activité cérébrale, c'est-à-dire les zones du cerveau utilisées permettent d'analyser les processus (neuro)cognitifs. Ceci est nécessaire pour analyser les erreurs, qui signifient non pas qu'une stratégie n'est pas comprise, mais qu'elle n'est pas utilisée, puisqu'une autre stratégie non inhibée la court-circuite. Il faut inhiber des circuits cérébraux habituels et rapides au profit de circuits moins mobilisés et plus lents, ce qu'illustre le schéma du système modulaire de Juan Pascual-Leone (Figure 2, référence [11] p. 36))

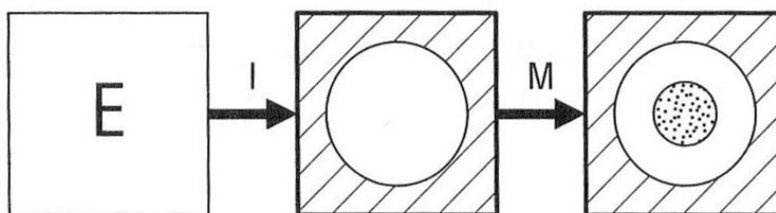


FIGURE 2 – Système modulaire de Juan Pascual-Leone

On pourrait dire que l'erreur de l'élève n'est pas tant due au mauvais fonctionnement de circuits

du cerveau de l'élève, mais plutôt au bon fonctionnement d'un circuit hélas inadapté pour le problème étudié.

Houdé donne le schéma d'une pyramide du développement cognitif, repris ci-dessous (Figure 3, référence [11] p. 229))

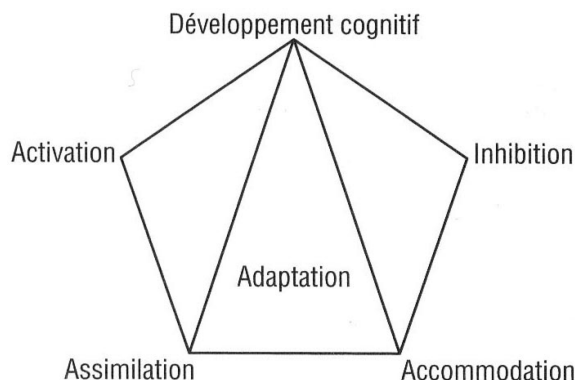


FIGURE 3 – Pyramide du développement cognitif d'Olivier Houdé

### 3 Exemples

#### 3.1 Raisonnement adolescent - adulte

##### 3.1.1 "Si P, alors Q" ou la pensée hypothético-déductive

Exemple : "S'il n'y a pas de carré rouge à gauche, alors il y a un disque jaune à droite." On demande de construire quelque chose qui rend la règle fautive. On dispose de trois formes (losange, disque, carré) et de quatre couleurs (rouge, jaune, vert, bleu). Pour trouver une solution, il faut inhiber le placement d'un carré rouge à gauche et d'un disque jaune à droite. De plus, il y a plusieurs solutions possibles (ex. carré bleu à gauche, losange vert à droite)

Variante : "Si on a A sur une face, alors il y a un 3 de l'autre côté. Quelles cartes faut-il retourner pour être sûr que la règle est satisfaite?"

##### 3.1.2 Analyse

Sont en opposition :

- d'une part l'exemple, l'heuristique : rapide, efficace, qui fonctionne très bien, souvent, mais pas toujours (c'est alors que l'intelligence est nécessaire),
- d'autre part la construction d'un algorithme, plus lent et plus coûteux en place dans la mémoire de travail, mais qui conduit toujours au bon résultat.

Si on se limite simplement à expliquer les notions, l'erreur, la logique, cela ne sert à rien : il faut aussi proposer d'autres tâches à même composante cognitive. Une des stratégies est d'utiliser les tables de vérité, mais un apprentissage métacognitif peut aussi aider. Ce qu'il faut par contre, c'est apprendre à inhiber la stratégie heuristique (souvent spatiale et perceptive). Réaliser d'autres tâches similaires (mêmes types de problèmes sur des exemples différents) permet une évolution des parties activées du cerveau<sup>1</sup>, ce qui permet de passer de l'émotion (limbique) au raisonnement (cerveau droit lié à la catégorisation) grâce à une reconfiguration cérébrale des réseaux de neurones possible en raison de la plasticité cérébrale. Un outil devenu essentiel pour les chercheurs est l'imagerie fonctionnelle cérébrale, qui permet de visualiser ce qui se passe dans le cerveau. Des circuits "s'allument" lorsque des tâches sont effectuées. On peut associer les uns aux autres, cartographier le fonctionnement mental et l'analyser.

1. Le cortex préfrontal, partie du cerveau la plus complexe et la plus évoluée, prend alors en charge la résolution du problème.

### 3.1.3 Première conclusion

Olivier Houdé donne l'image des "poupées russes du développement" allant du stade le moins évolué au stade le plus évolué. Le cerveau fonctionne spontanément de façon perceptive. L'apprentissage, la pédagogie font passer à l'autre rapport.

### 3.1.4 Apport pédagogique du modèle

L'enfant doit prendre conscience des erreurs possibles. Ce concept d'erreur est fondamental. L'analyse d'exemples, de problèmes, est un entraînement pratique à l'inhibition. Le rôle des exemples et contre-exemples est donc important, et la contradiction aussi. Un exemple de matériel pédagogique "dispositif d'inhibition" consiste en un carton avec un disque blanc au milieu, le reste étant hachuré sur un transparent amovible : il faut mettre le "faux" dans la partie hachurée et regarder le reste. Un entraînement à l'aide de cette technique entraîne une nette amélioration que l'on peut aussi détecter par la reconfiguration des réseaux cérébraux, c'est-à-dire le fonctionnement d'autres circuits : c'est la trace du raisonnement hypothético-déductif. Remarquons que la méthodologie proposée par Bernadette Guéritte<sup>2</sup> va dans le même sens.

## 3.2 Le nombre chez l'enfant de 3 à 7 ans

### 3.2.1 Aspects du développement du cerveau

Houdé distingue différents aspects du développement du cerveau :

- Microgénèse : de quelques secondes à quelques minutes, pour l'activation d'un circuit ;
- Ontogénèse : du bébé à l'adulte, c'est le long développement de l'intelligence depuis la sensori-motricité jusqu'aux raisonnements logiques supérieurs. Le développement sensori-moteur, l'éducation, l'environnement, les apprentissages spécifiques concourent à cette ontogénèse (qui est formée de multiples microgénèses) ;
- Phylogénèse : le bébé est né avec un énorme cortex préfrontal, spécifique de l'Homo Sapiens, résultat de la longue évolution des espèces vivantes et "organe de la civilisation".

### 3.2.2 Conservation du nombre

Vers 4-5 ans, l'enfant est capable de placer 7 jetons en correspondance terme à terme. Selon le modèle de Piaget, un enfant de moins de 7 ans ne comprend pas le nombre, puisque dans l'expérience où, étant données deux lignes de jetons qui comportent le même nombre de jetons, si l'on écarte les jetons de la deuxième ligne, l'enfant dira "Il y en a plus, parce que c'est plus long". Houdé estime que l'enfant de 3 à 7 ans sait ce qu'est un petit nombre, mais qu'il y a concurrence (et interférence) entre deux raisonnements :

- une heuristique rapide, qui fonctionne souvent mais pas toujours, comme dans cet exemple "longueur = nombre", renforcée peut-être par l'utilisation des réglettes Cuisenaire
- un algorithme qui demande du temps et qui mobilise la mémoire : ici, c'est compter les jetons ou les mettre en correspondance terme à terme.

L'erreur est dans cet exemple de voir le nombre comme une longueur. L'algorithme doit être construit par l'enfant et non imposé systématiquement (ce qui se fait souvent à l'école maternelle). Houdé met en parallèle la conservation des grandeurs (volumes : boules de plasticine présentées de différentes façons).

### 3.2.3 Perception du nombre chez les bébés

Exemple numérique (dès 4-5 mois, mais nécessite la permanence de l'objet) : au théâtre, estimer, évaluer le nombre de personnages qui entrent et qui sortent (1 - on le cache, on en ajoute 1, on en montre 1 ou 3, ou bien on part de 2, on en enlève 1, on en montre 2 ou 0 (éléments impossibles) et

---

2. BACQUET M. - GUERITTE-HESS B., *Le Nombre et la Numération - Pratique de rééducation*, Paris, Editions Isoscel, 1982

on mesure le temps de réaction de l'enfant lorsque la réponse est possible ou impossible). Dans cette expérience, le fait d'effacer l'image fait utiliser la mémoire de travail.

### 3.2.4 Analyse de ces expériences

Culturellement, la longueur est souvent visualisée comme un nombre : bande numérique, boulier, réglettes, carrés unités numériques, anneaux à compter,... Dans l'exemple  $2 + 3 = 5$ , illustré par "deux carrés", moins long que "trois carrés" (tous identiques), moins long que "cinq carrés", l'heuristique "longueur = nombre" fonctionne! Ainsi, cet exemple montre que lorsque le maître met l'accent sur certains indices (ici le nombre), l'enfant prend d'autres indices en considération (les longueurs associées), et les tient pour toujours vrais (alors qu'ils ne sont que provisoirement utiles pour aider à faire passer une notion)! Ceci repose la question de la signification du nombre et la nécessité d'en avoir une appréciation correcte, et une approche multiple. Ceci montre également l'importance de varier les matériels didactiques, les dispositions spatiales.

### 3.2.5 Rôle de l'ordre des expériences

Voici un nouvel exemple (8 ans) : on donne deux plaques comportant des objets, l'une B de même grandeur, l'autre A de grandeurs différentes. On demande de comparer les quantités présentes sur les deux lignes. On analyse le temps de réponse : il est beaucoup plus long si on présente d'abord la plaque B que si on présente d'abord la A. Il y a ici compétition entre une stratégie à la fois visuelle et spatiale et une stratégie numérique. On analyse le temps de réponse : il est beaucoup plus long si on présente la plaque B avant la plaque A que si on présente la plaque A puis la B (l'enfant doit revenir à son ancienne stratégie).

## 3.3 Permanence de l'objet chez le bébé

A ce stade, c'est la même compétition entre heuristique et inhibition. Un exemple d'expérience liée à la permanence de l'objet est le suivant : vers 4-5 mois, on montre à l'enfant un objet qui disparaît derrière un écran, on fait ensuite virtuellement passer l'écran à travers l'objet (qui devrait se trouver là) et on observe le temps de réaction. Une autre expérience est la suivante : on cache un objet derrière un écran A. Jusqu'à 8 mois, il n'y a pas de réaction ; vers 8 mois, le bébé cherche l'objet à l'endroit où on l'a caché (derrière A). Cette expérience peut être prolongée : on cache un objet d'abord derrière un écran A, puis on le déplace ostensiblement derrière l'écran B : le bébé continue à le chercher derrière l'écran A jusqu'à un an environ (geste moteur préprogrammé). A cet âge, l'enfant sera donc capable d'inhibition motrice.

## 4 Conclusion

Selon nous, mieux comprendre comment l'homme pense, comment il se développe du berceau jusqu'à l'âge adulte, et surtout comment il apprend à penser, c'est nous donner des possibilités d'améliorer nos enseignements, particulièrement en mathématique, discipline où l'enfant, l'élève, l'étudiant, le chercheur doit toujours se familiariser avec des concepts neufs.

## 5 Bibliographie

### 5.1 Site d'Olivier Houdé

<http://olivier.houde.free.fr/>

### 5.2 Bibliographie d'Olivier Houdé

- *L'Homme en développement*. [1]
- *Catégorisation et développement cognitif*. [4]
- *Pensée logico-mathématique : Nouveaux objets interdisciplinaires*. [14]

- *Rationalité, développement et inhibition : Un nouveau cadre d'analyse.* [5]
- *Vocabulaire de sciences cognitives : Neurosciences, psychologie, intelligence artificielle, linguistique et philosophie.* [6]
- *Cerveau et psychologie : Introduction à l'imagerie cérébrale anatomique et fonctionnelle.* [12]
- *L'esprit piagétien : Hommage international à Jean Piaget.* [13]
- *Dictionary of Cognitive Science.* [7]
- *La psychologie de l'enfant.* [8]
- *10 leçons de psychologie et pédagogie.* [9]
- *Les 100 mots de la psychologie.* [10]
- *Psychologie du développement cognitif.* [11]

### 5.3 Autres références utiles

- *La bosse des maths.* [2]
- *Addition and subtraction by human infants.* [15]

## Références

- [1] J. BIDEAUD, O. HOUDÉ et J.-L. PÉDINIELLI : *L'Homme en développement.* PUF, Paris, seconde édition, 2004. (édition Quadrige; 1ère éd., 1993), 522 pages.
- [2] Stanislas DEHAENE : *La bosse des maths.* Odile Jacob, Paris, 1992.
- [3] O. HOUDÉ : Site web d'Olivier Houdé. <http://olivier.houde.free.fr/>.
- [4] O. HOUDÉ : *Catégorisation et développement cognitif.* PUF, Paris, 1992. 204 pages.
- [5] O. HOUDÉ : *Rationalité, développement et inhibition : Un nouveau cadre d'analyse.* PUF, Paris, 1995. 146 pages.
- [6] O. HOUDÉ : *Vocabulaire de sciences cognitives : Neurosciences, psychologie, intelligence artificielle, linguistique et philosophie.* PUF, Paris, 2003. (édition Quadrige-Dicos Poche; 1ère éd., 1998), 462 pages.
- [7] O. HOUDÉ, éditeur. *Dictionary of Cognitive Science.* Routledge/Taylor and Francis (Psychology Press), New York, 2004. 428 pages.
- [8] O. HOUDÉ : *La psychologie de l'enfant (Que sais-je?).* PUF, Paris, 2004. 48 pages, Édition numérique : NumiLog (2008) (E-Book).
- [9] O. HOUDÉ : *10 leçons de psychologie et pédagogie.* PUF, Paris, 2006. (Quadrige), 117 pages.
- [10] O. HOUDÉ : *Les 100 mots de la psychologie.* PUF, Paris, 2008. Collection (Que sais-je?), 128 pages.
- [11] O. HOUDÉ et G. LEROUX : *Psychologie du développement cognitif.* PUF, Paris, 2009. (Collection Licence), 256 pages.
- [12] O. HOUDÉ, B. MAZOYER et N. TZOURIO-MAZOYER, éditeurs. *Cerveau et psychologie : Introduction à l'imagerie cérébrale anatomique et fonctionnelle.* PUF, Paris, 2002. 609 pages.
- [13] O. HOUDÉ et C. MELJAC, éditeurs. *L'esprit piagétien : Hommage international à Jean Piaget.* PUF, Paris, 2000, 2004. 253 pages.
- [14] O. HOUDÉ et D. MIÉVILLE : *Pensée logico-mathématique : Nouveaux objets interdisciplinaires.* PUF, Paris, 1993. 242 pages.
- [15] Karen WYNN : Addition and subtraction by human infants. *Nature*, (358):749 – 750, 1992.