

## PROBLEMATHS

15 septembre 2009

# 1 ÉNONCÉS

### Problemath 1

Quels sont tous les triples  $(x, y, z)$  de nombres réels  $> 0$  tels que

$$x^{y/z} = y^{z/x} = z^{x/y} \quad ?$$

### Problemath 2

Un polynôme  $p(x)$  à coefficients réels est dit **jovial** si, par tout point du plan  $\mathbb{R}^2$ , il passe au moins une tangente à la courbe d'équation  $y = p(x)$ . Pour quels entiers  $n > 0$  tout polynôme de degré  $n$  est-il jovial?

### Problemath 3

L'égalité ci-dessous est-elle vraie ou fausse?

$$27 \sin^3 9^\circ + 9 \sin^3 27^\circ + 3 \sin^3 81^\circ + \sin^3 243^\circ = 20 \sin 9^\circ$$

# 2 Commentaires

Résoudre des problèmes permet de se rapprocher de l'activité du chercheur et de percevoir la mathématique comme une science vivante. D'autre part, du fait que leur résolution exige souvent autre chose que la routine et les recettes, les problèmes développent l'aptitude à maîtriser des situations nouvelles.

Vous avez découvert ci-dessus trois énoncés de problèmes. Si vous en résolvez plusieurs, nous vous prions de le faire sur des feuilles séparées, pour faciliter le travail des correcteurs. Les solutions doivent nous parvenir au plus tard **le vendredi 2 octobre à 14h**. Si vous êtes sur le Campus de la Plaine, vous pouvez remettre vos solutions à Jean DOYEN ou les déposer dans une boîte aménagée à cet effet au 8ème étage du Bâtiment NO, dans le local 2.08.109. Si vous êtes à la Faculté des Sciences Appliquées sur le Campus du Solbosch, vous pouvez les remettre à Anne DELANDTSHEER ou les déposer dans la boîte aux lettres qui se trouve sur la porte de son bureau (Bâtiment U, porte A, 5ème étage). Prière d'indiquer clairement vos NOM et PRENOM - section et année d'étude ( BA1.math., BA2.phys., BA1.polytech., etc...).

Les noms de ceux qui auront fourni des solutions correctes seront publiés avec les énoncés suivants (attention: pour qu'une solution soit considérée comme correcte, il faut qu'elle soit soigneusement justifiée). Tous ceux qui auront résolu plus de la moitié des Problemaths proposés pendant l'année académique 2009-2010 se verront attribuer un prix et un diplôme.

L'équipe Problemaths, composée de Mathieu CARETTE, Anne DELANDTSHEER, Julie DE SAEDELEER, Jean DOYEN, Christophe LEY, Jean-Luc MICHEL, Aude NGUYEN et Germain VAN BEVER, vous souhaite de joyeuses cogitations problématiques !