

# La construction des points de percée

Cours de 4eme Année 5 hrs/sem

Hugues Vermeiren

UREM de Bruxelles

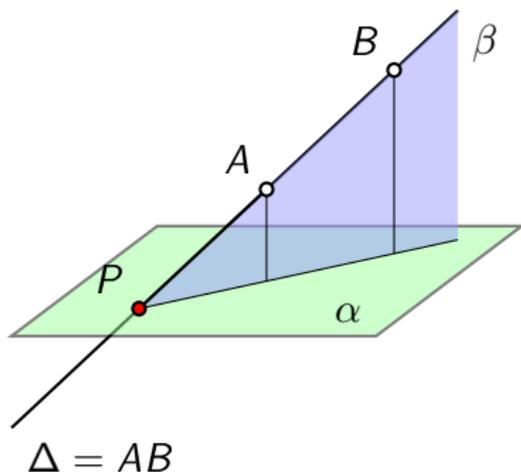
2 mai 2010

- 1 Le plan intermédiaire...
- 2 Tétraèdres et Points de percée
- 3 Cubes et Points de percée

Le point de percée  $P$  d'une droite  $\Delta$  dans le plan  $\alpha$  est le point d'intersection de  $\Delta$  et de  $\alpha$ .

$$\text{On écrit : } \Delta \cap \alpha = \{P\}$$

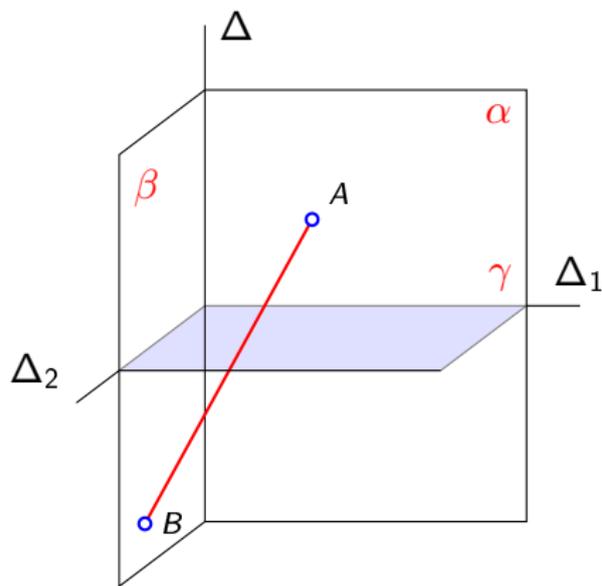
Bien sûr, la droite  $\Delta$  sera souvent déterminée par deux points  $A$  et  $B$  non situés dans  $\alpha$ ...



Si ce point de percée  $P$  existe et si  $\beta$  est un plan contenant  $\Delta$ ,  $P$  appartient à l'intersection des plans  $\alpha$  et  $\beta$ .

$\beta$  est un plan intermédiaire (non unique) souvent utile dans la construction du point  $P$ .

# Point de percée, principe général

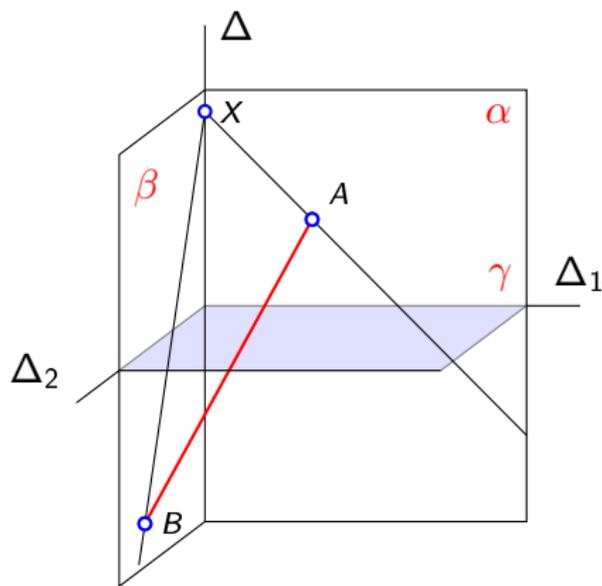


- $A$  est un point du plan  $\alpha$ ,
- $B$  est un point du plan  $\beta$ .
- $\gamma$  est un plan qui coupe  $\alpha$  et  $\beta$ .

$$\alpha \cap \gamma = \Delta_1 \text{ et } \beta \cap \gamma = \Delta_2$$

Construire le **point de percée** de la droite  $AB$  dans le plan  $\gamma$ .

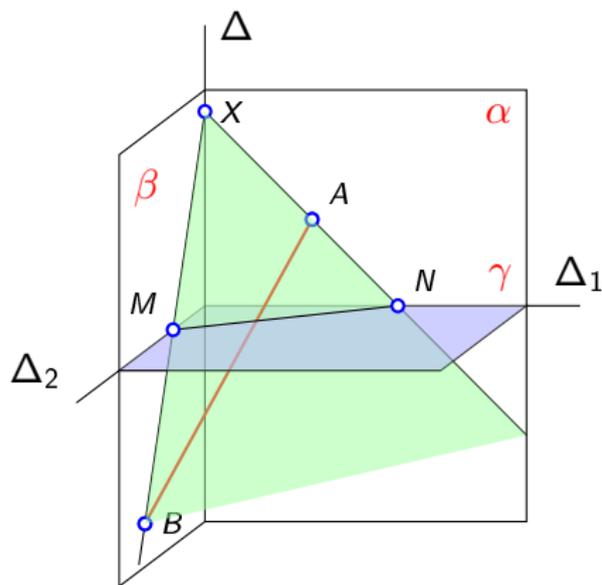
# Point de percée, principe général



Idée : Prendre un point  $X$  sur  $\alpha \cap \beta = \Delta$  et travailler dans le plan  $XAB$

Attention : veiller à ce qu'on ait pas  $XA // \gamma$  ou  $XB // \gamma$ .

# Point de percée, principe général

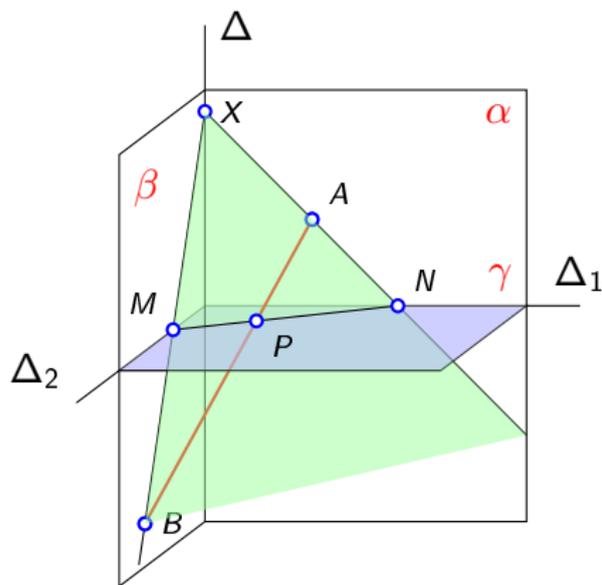


- $XA$  coupe  $\Delta_1$  en  $N$

- $XB$  coupe  $\Delta_2$  en  $M$

A justifier !

## Point de percée, principe général

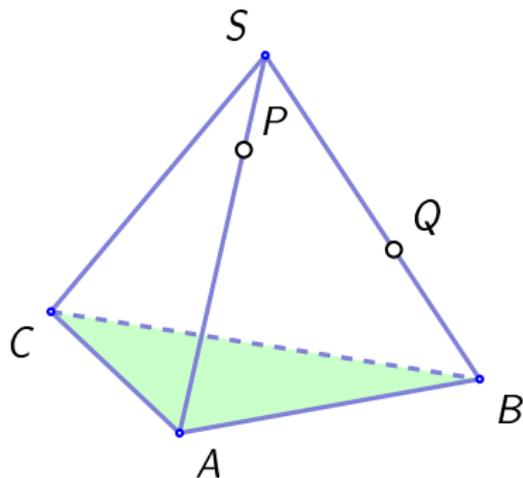


$$XA \cap XB = \{P\}$$

$P$  est le point de percée cherché !

## Point de percée dans une face d'un tétraèdre

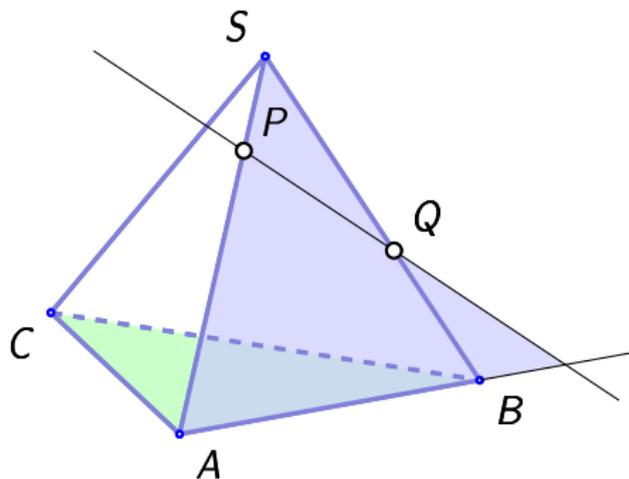
## Ex 1. Très facile...



Point de percée de la droite  $PQ$   
dans le plan de la face  $ABC$

- $P$  est sur l'arête  $[SA]$
- $Q$  est sur l'arête  $[SB]$

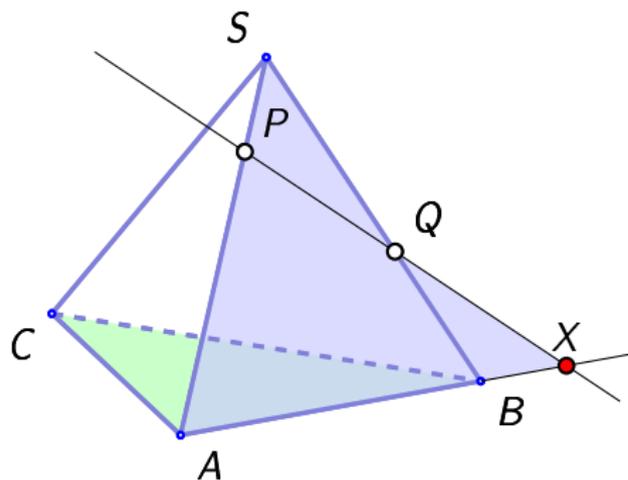
## Ex 1. Très facile...



Point de percée de la droite  $PQ$   
dans le plan de la face  $ABC$

- $P$  est sur l'arête  $[SA]$
- $Q$  est sur l'arête  $[SB]$

## Ex 1. Très facile...

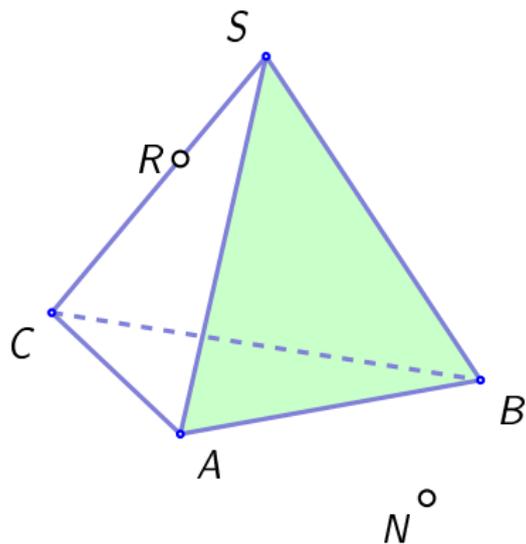


Point de percée de la droite  $PQ$   
dans le plan de la face  $ABC$

- $P$  est sur l'arête  $[SA]$
- $Q$  est sur l'arête  $[SB]$

$P, Q, A$  et  $B$  sont coplanaires et  $PQ$  n'est pas parallèle à  $AB$ .  
 $AB \cap PQ = \{X\}$

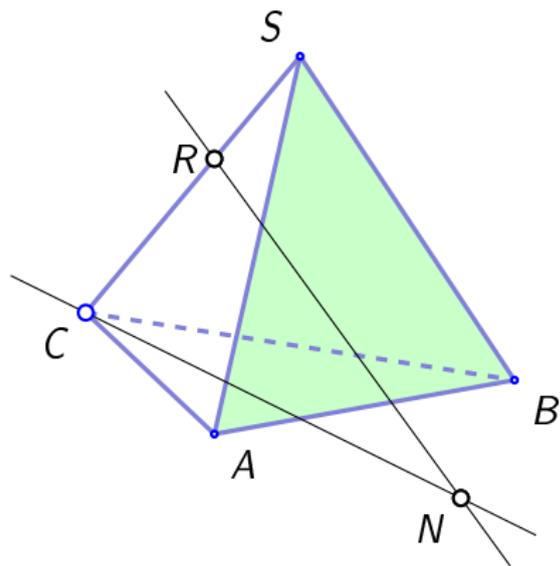
## Ex 2. Un peu moins direct...



Point de percée de la droite  $RN$   
dans le plan de la face  $SAB$

- $R$  est sur l'arête  $[SC]$
- $N$  est dans le plan de la face  $ABC$

## Ex 2. Un peu moins direct...

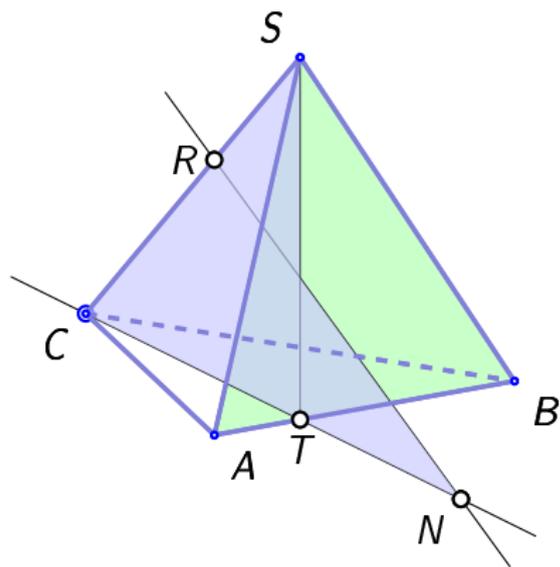


Point de percée de la droite  $RN$   
dans le plan de la face  $SAB$

- $R$  est sur l'arête  $[SC]$
- $N$  est dans le plan de la face  $ABC$

Le plan intermédiaire est, par exemple, le plan  $RCN$

## Ex 2. Un peu moins direct...

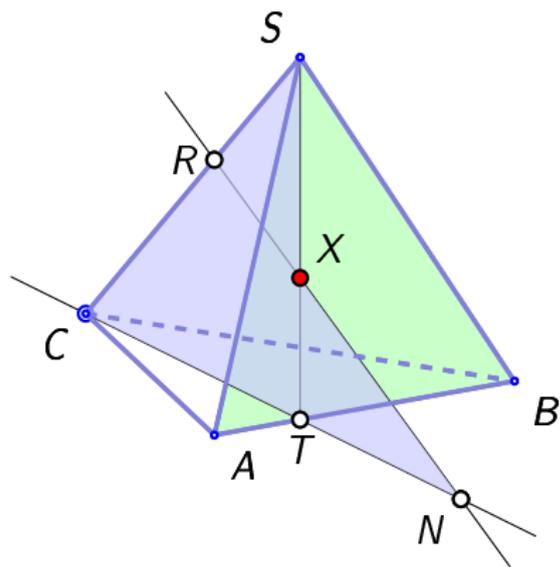


$CN$  coupe  $AB$  en  $T$  ...

Point de percée de la droite  $RN$   
dans le plan de la face  $SAB$

- $R$  est sur l'arête  $[SC]$
- $N$  est dans le plan de la face  $ABC$

## Ex 2. Un peu moins direct...

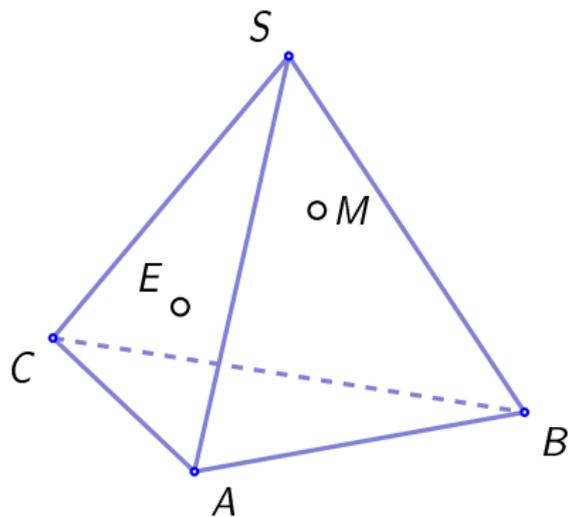


Point de percée de la droite  $RN$   
dans le plan de la face  $SAB$

- $R$  est sur l'arête  $[SC]$
- $N$  est dans le plan de la face  $ABC$

... et  $ST$  coupe  $RN$  en  $X$ , qui est le point cherché.

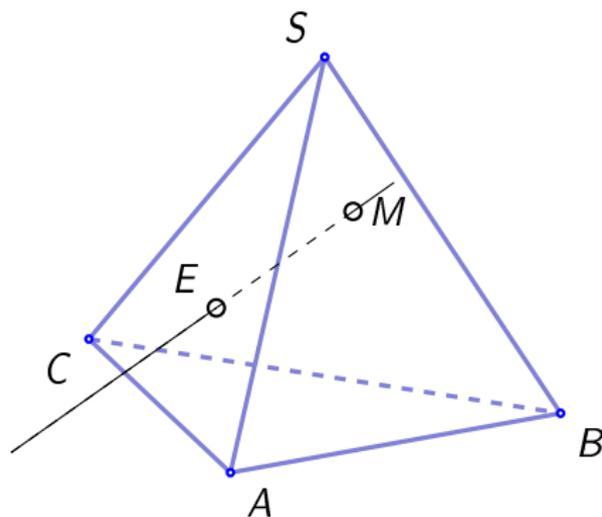
## Ex 3. Plus difficile...



Point de percée de la droite  $EM$   
dans le plan de la face  $ABC$

- $E$  est dans le plan de la face  $SAC$
- $M$  est dans le plan de la face  $SAB$

## Ex 3. Plus difficile...

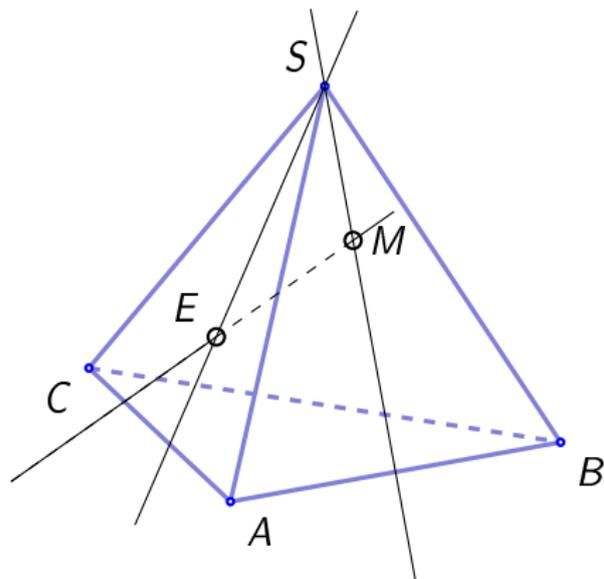


Point de percée de la droite  $EM$   
dans le plan de la face  $ABC$

- $E$  est dans le plan de la face  $SAC$
- $M$  est dans le plan de la face  $SAB$

**Toujours** commencer par tracer la droite passant par les deux points...

## Ex 3. Plus difficile...

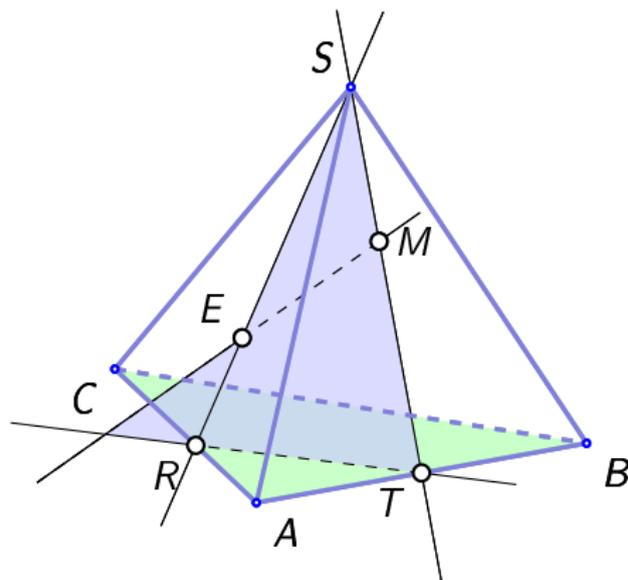


Point de percée de la droite  $EM$   
dans le plan de la face  $ABC$

- $E$  est dans le plan de la face  $SAC$
- $M$  est dans le plan de la face  $SAB$

Le plan intermédiaire est ici celui passant par  $S$ ,  $E$  et  $M$

## Ex 3. Plus difficile...

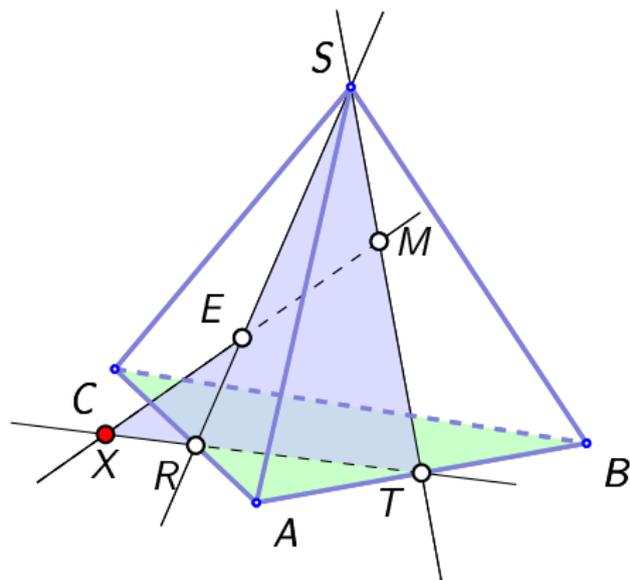


Point de percée de la droite  $EM$   
dans le plan de la face  $ABC$

- $E$  est dans le plan de la face  $SAC$
- $M$  est dans le plan de la face  $SAB$

Ce plan coupe la base du tétraèdre selon un droite  $RT$  où  
 $SR \cap AC = \{R\}$  et  $SM \cap AB = \{T\}$

## Ex 3. Plus difficile...



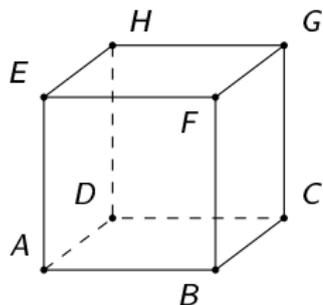
Point de percée de la droite  $EM$   
dans le plan de la face  $ABC$

- $E$  est dans le plan de la face  $SAC$
- $M$  est dans le plan de la face  $SAB$

$EM$  et  $RT$  se coupent en  $X$  qui est le point cherché

## Points de percée dans les faces d'un cube

## Ex 1. Solution a)

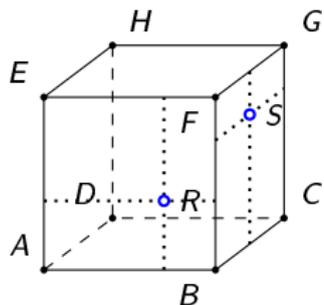


Voici un cube...

Et ses six faces :

S	Supérieure
I	Inférieure
G	Gauche
D	Droite
AV	Avant
AR	Arrière

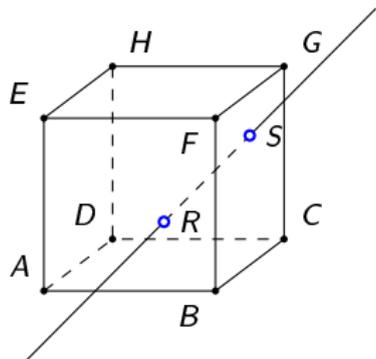
## Ex 1. Solution a)



Soit encore deux points  $R$  et  $S$

- $R$  est sur la face avant  $EBFE$
- $S$  est sur la face droite  $BCGF$

## Ex 1. Solution a)



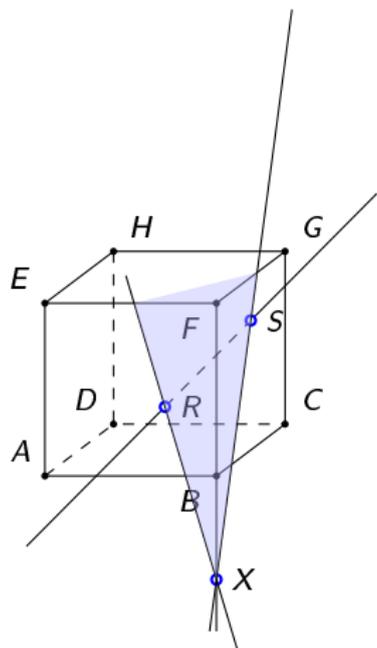
Problème :

Construire les points de percée de la droite  $RS$  dans les faces  $AR$  et  $I$  du cube.

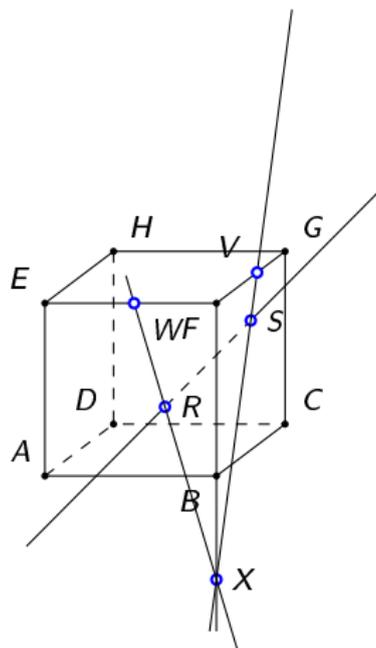
On remarquera que  $R$  et  $S$  sont eux-mêmes les points de percée dans les faces  $AV$  et  $D$ .



## Ex 1. Solution a)



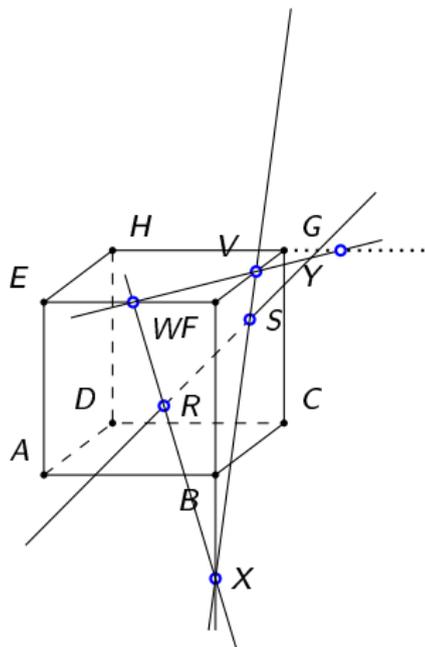
## Ex 1. Solution a)



- $XR$  coupe  $EF$  en un point  $W$
- $XS$  coupe  $FG$  en un point  $V$

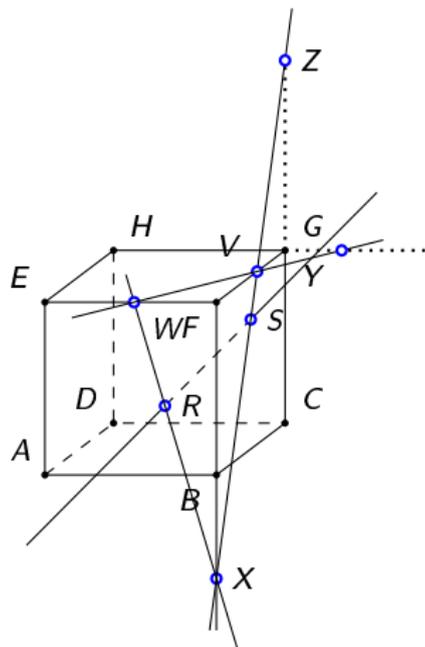


## Ex 1. Solution a)



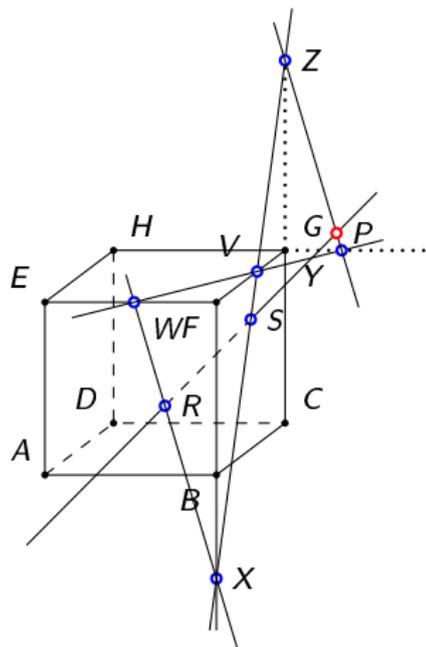
$VW$  coupe la  $HG$  en  $Y$ ,  
 $Y$  est bien un point du plan inter-  
 médiaire

## Ex 1. Solution a)



La droite  $XS$  coupe  $CG$  en  $Z$

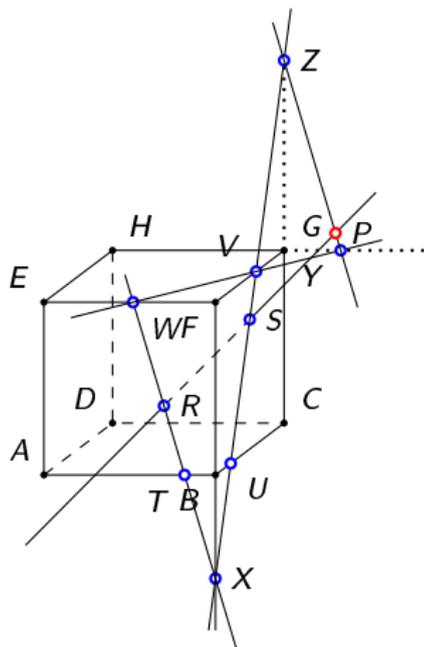
## Ex 1. Solution a)



$ZY$  et  $RS$  sont dans le plan intermédiaire,  
elles se coupent donc en un point  $P$ .

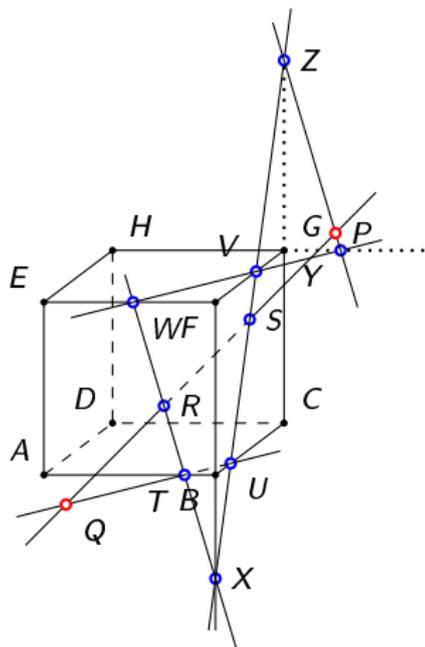
$P$  est bien dans la face  $AR$  car  $Z$  et  $Y$  s'y trouvent.

## Ex 1. Solution a)



- $XR$  coupe  $AB$  en  $T$
- $XS$  coupe  $BC$  en  $U$

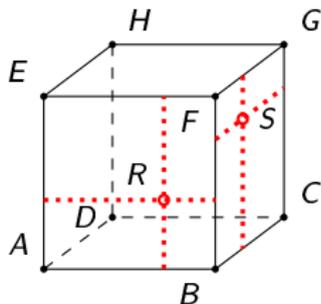
## Ex 1. Solution a)



Les droites  $TU$  et  $RS$  se coupent en un point  $Q$  du plan de la face inférieure car  $TU$  est dans la face inférieure.

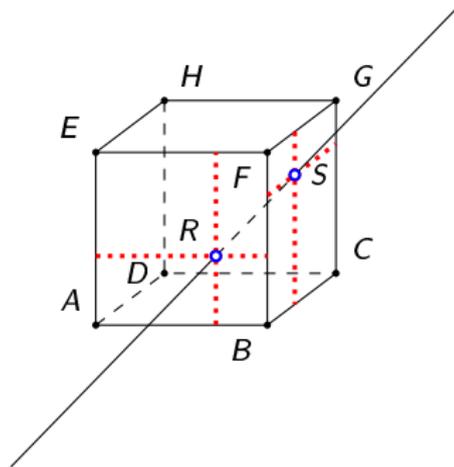


## Ex 1. Solution b) Une démarche plus naturelle



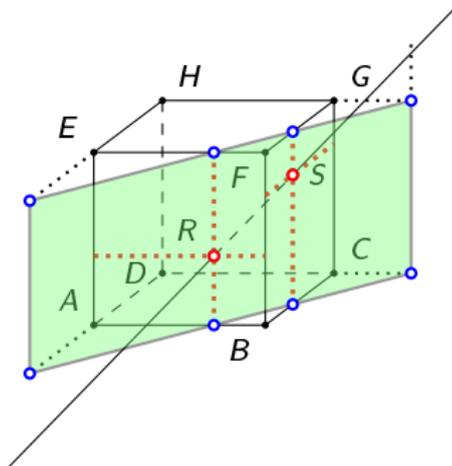
Revoici le cube...  
 et les points  $R$  et  $S$   
 situés respectivement sur les faces  
 AV et D

## Ex 1. Solution b) Une démarche plus naturelle

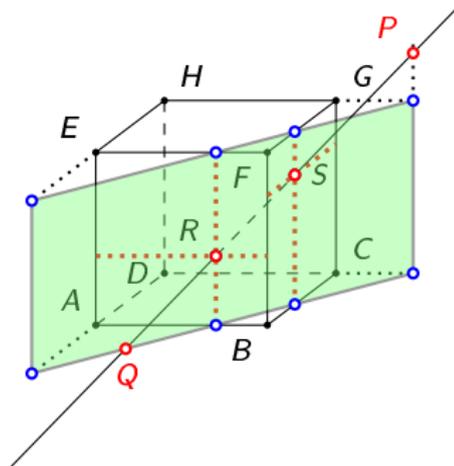


On peut prendre comme plan intermédiaire, le plan **vertical** passant par  $R$  et  $S$

## Ex 1. Solution b) Une démarche plus naturelle



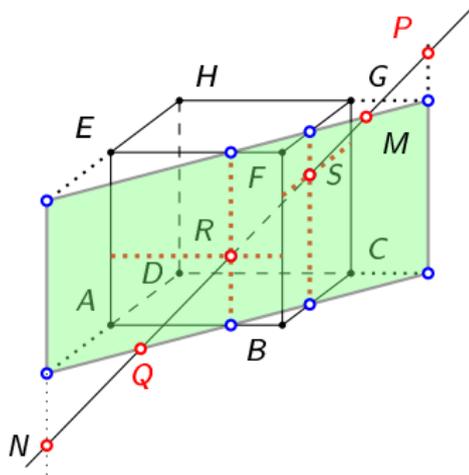
## Ex 1. Solution b) Une démarche plus naturelle



On obtient ainsi facilement

- $P$ , intersection de  $RS$  avec la face  $AR$
- $Q$ , intersection de  $RS$  avec la face  $I$

## Ex 1. Solution b) Une démarche plus naturelle



Mais un cube a six faces...

Donc, une droite peut couper chacune d'elles.

On obtient tout aussi facilement,

- $M$ , intersection de  $RS$  avec la face  $S$
- $N$ , intersection de  $RS$  avec la face  $G$

Fin !